

---

KOMPENSATION VON  
SEISMISCHEM RAUSCHEN IN  
EINEM ATOMAREN GRAVIMETER

---

**Masterarbeit**

von

**Christian Meiners B. Sc.**

angefertigt am  
Institut für Quantenoptik,  
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

unter Anleitung von  
Prof. Dr. Ernst M. Rasel  
6. Oktober 2014



**Kompensation von seismischem Rauschen  
in einem atomaren Gravimeter**

**Masterarbeit**



vorgelegt der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Leibniz Universität Hannover

Referent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel  
Koreferent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer

6. Oktober 2014



# Zusammenfassung

Atominterferometer nutzen die Welleneigenschaften von Atomen, um beispielsweise Naturkonstanten und inertielle Effekte wie Rotationen und Beschleunigungen hochpräzise zu messen. Im ATLAS-Experiment wird eine Mach-Zehnder-artige Konfiguration verwendet, um die Beschleunigung der Atome im freien Fall und damit die lokale Schwere zu bestimmen. Für die kohärente Manipulation der atomaren Wellenfunktion werden vertikale Lichtfelder zur Stimulation von Raman-Prozessen verwendet, die als Strahlteiler und Spiegel agieren. Sie werden an einem Retroreflexspiegel reflektiert, der dadurch als Referenzfläche für die Beschleunigung der Atome dient. Eine Bewegung des Referenzspiegels während des Interferometerzyklus führt dadurch zu einer Störung der Messung.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Korrektur von solchen Vibrationseinflüssen in inertialsensitiven Atominterferometern untersucht. Die Vibrationen des Retroreflexspiegels werden mit einem Seismometer gemessen und mit den gewonnenen Daten wird der Effekt auf das Interferometer berechnet und die Messdaten entsprechend korrigiert. Die Ansteuerung und Messung erfolgt mit Matlab in Verbindung mit der „Data Acquisition Toolbox“ über eine Datenerfassungskarte von **National Instruments**. Die anschließende Datenverarbeitung findet ebenfalls in Matlab statt, sodass ein Speichern der vollständigen Vibrationsdaten nicht nötig ist. Das Ergebnis der Berechnung ist ein einzelner Wert für die Phase aufgrund der gemessenen Vibrationen, der gespeichert und bei der Auswertung der Interferometerdaten berücksichtigt wird. Dazu wurden entsprechende Algorithmen für die Datennahme und -verarbeitung entwickelt und Messungen mit dem System durchgeführt, wobei auch verschiedene digitale Filter für die Analyse der Vibrationsdaten getestet wurden. Unter Berücksichtigung der ermittelten Korrekturphasen konnte das seismische Rauschen des Interferometers um bis zu 72 % reduziert werden.

Zusätzlich wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Aufbau zur Simulation verschiedener seismischer Umgebungen aufgebaut und getestet. Dazu wurde ein Körperschallwandler auf der Vibrationsisolierung, auf der sich der Retroreflexspiegel und das Seismometer befinden, angebracht. Die Transferfunktion des Körperschallwandlers auf das Seismometer wurde gemessen, indem der Körperschallwandler ebenfalls über eine Digital-Analog-Karte angesteuert und das so erzeugte Vibrationsspektrum mit dem Seismometer aufgenommen wurde. Durch die Anwendung verschiedener digitaler Filter auf weißes Rauschen konnten verschiedene Vibrationsspektren des Retroreflexspiegels erzeugt werden. Es wurde untersucht, wie sich beliebige Vibrationsspektren des Referenzspiegels erzeugen lassen und somit der Betrieb des Atominterferometers in der seismischen Umgebung von beispielsweise Fahrzeugen, Flugzeugen oder der ISS im Labor simulierbar ist.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Inertialsensitive Atominterferometrie</b>	<b>7</b>
2.1	Raman-Übergänge . . . . .	7
2.2	Interferometergeometrie und Phasenbeiträge . . . . .	12
2.3	Beitrag von Vibrationen . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Datenaufnahme und -ausgabe mit Matlab</b>	<b>21</b>
3.1	Datenaufnahme . . . . .	21
3.2	Ausgabe von Signalen . . . . .	24
3.3	Digitale Signale und Trigger . . . . .	24
3.4	Speichern von Daten in Matlab . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>29</b>
4.1	Vakuumsystem und magnetooptische Falle . . . . .	29
4.2	Rb-Lasersystem . . . . .	32
4.3	Dipolfalle . . . . .	32
4.4	Vibrationsisolierung . . . . .	33
4.5	Sensoren zur Messung von Vibrationen . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Korrelation von Seismometerdaten mit einem Atominterferometer</b>	<b>37</b>
5.1	Datennahme und Synchronisation . . . . .	37
5.2	Berechnung der Korrekturphase . . . . .	38
5.3	Analyse und Korrelation . . . . .	40
5.4	Simulation unterschiedlicher seismischer Umgebungen . . . . .	44
<b>6</b>	<b>Ausblick</b>	<b>49</b>
6.1	Simulation von Vibrationsumgebungen . . . . .	49
6.2	Reduzierung von Vibrationsrauschen bei QG-1 . . . . .	50
6.3	Reduzierung von Vibrationsrauschen bei VLBAI . . . . .	51
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>Programmcodes</b>	<b>63</b>
A.1	Aufnahme, Umrechnung und Anzeige von Seismometerdaten . . . . .	63
A.2	Programm zum Vergleich verschiedener Speichermethoden . . . . .	65
A.3	Berechnung der Korrekturphasen . . . . .	66



# 1 Einleitung

Atominterferometer entwickeln sich zur Zeit von einem Forschungsgegenstand zu einem vielversprechenden Messgerät. Sie können beispielsweise verwendet werden, um inertielle Effekte wie Rotationen [1] und Beschleunigungen [2] zu messen, wobei auch mobile Anwendungen immer weiter in den Vordergrund rücken. Einsatzgebiete in der Geodäsie sind die Messung der lokalen Schwere (Beschleunigung eines frei fallenden Körpers) [3, 4, 5] und deren Gradienten [6]. Zudem werden atominterferometrische Methoden verwendet, um Naturkonstanten zu bestimmen [7] und mit Atomuhren einen hochpräzisen Zeitstandard zu realisieren [8, 9]. Des Weiteren gibt es Vorschläge, Atominterferometrie zur Detektion von Gravitationswellen einzusetzen [10].

In einem Atominterferometer wird meist durch Streuung von Photonen ein Überlagerungszustand der Atome aus verschiedenen Impulszuständen erzeugt. Nach einer Propagationszeit  $T$  werden die Impulszustände umgekehrt und nach einer weiteren Zeit  $T$  überlagert. Für den Fall eines Atomaren Beschleunigungssensors ist das entstehende Interferenzsignal proportional zur Beschleunigung  $a$  der Atome in Strahlteilerrichtung und zum Quadrat der Propagationszeit  $T^2$ . Eine Möglichkeit die Sensitivität für Beschleunigungen zu erhöhen ist demnach die Zeit  $T$  zu vergrößern. Da sich die Atome im freien Fall befinden, ist dies jedoch meist durch die Größe des Apparates limitiert. Zudem wirken sich Vibrationen als Störung auf die Messgröße  $a$  aus, da sie Beschleunigungsrauschen induzieren. Daher ist die Präzision der bisherigen Messungen von den kontrollierten und ruhigen Bedingungen im Labor abhängig. Derzeit existieren einige Projekte, bei denen unter anderem daran gearbeitet wird Atominterferometer anwendungsorientiert weiterzuentwickeln. Die folgenden seien hier ohne Anspruch auf Vollständigkeit genannt:

- Im Rahmen der **QUANTUS**-Kollaboration (Quantengase unter Schwerelosigkeit) wurde Interferometrie mit ultrakalten Atomen unter Mikrogravitationsbedingungen demonstriert [11]. Das sehr kompakte Experiment kann in einer Kapsel im Freifallturm des ZARM (Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation, Bremen) für ca. 4 Sekunden (bzw. 9 s im Katapultmodus) Mikrogravitation ausgesetzt werden [12]. Ein weiteres Experiment im Rahmen dieser Kollaboration, das für ca. 7 Minuten an Bord einer Rakete Schwerelosigkeit ausgesetzt werden soll, befindet sich in der Fertigstellung.
- Im Rahmen des **ICE**-Projekts (*interférométrie cohérente pour l'espace*, Paris) wurde ein inertialsensitives Atominterferometer in einem Flugzeug während Parabelflügen unter Schwerelosigkeit demonstriert [2]. Dieses misst die Beschleunigung des Flugzeugs in Richtung der Flügel sowohl während des normalen Flugs als auch während der 0 g Phase. Für die Korrektur von Vibrationen werden klassische Inertialsensoren verwendet.

- Das Projekt **GAIN** (*gravimetric atom interferometer*) an der Humboldt-Universität Berlin hat ein transportables Atom-Gravimeter realisiert [4]. Die Interferometrie findet während des Freifalls der Atome statt, die in einer Fontänenkonfiguration senkrecht nach oben katapultiert werden. Der Experimentaufbau hat eine Größe von  $82 \times 128 \times 185$  cm (Breite  $\times$  Tiefe  $\times$  Höhe), die nötigen Laser- und Elektronikkomponenten sind in zwei 19-Zoll-Racks untergebracht.
- Die Firma  **$\mu$ Quans** (Ausgründung aus dem „*Institut d’Optique*“ und dem „*Observatoire de Paris*“ [13]) entwickelt ein kommerzielles kompaktes Gravimeter basierend auf [14]. Dieses soll in der Lage sein, kontinuierliche Gravitationsmessungen mit einer Genauigkeit und Präzision im Bereich von  $10^{-8}$  m/s<sup>2</sup> zu ermöglichen.
- Ziel des **QG-1** Projektes (Leibniz Universität Hannover) ist die Demonstration eines kompakten, robusten und transportablen Quanten-Gravimeters mit quantenentarteten atomaren Ensembles basierend auf einem Atom-Chip. Es wird am Institut für Quantenoptik in Kollaboration mit dem Institut für Erdmessung entwickelt und soll auch für geodätische Messkampagnen verwendet werden.

Bei einem klassischen Sensor wie dem Freifall-Gravimeter **FG-5** wird wiederholt die Beschleunigung einer frei fallenden Testmasse überwacht [15], sodass Vibrationen während eines Freifalls durch Mittelung reduziert werden können. Gegenwärtige inertialsensitive Atominterferometer operieren hingegen im Pulsbetrieb und besitzen dadurch pro Messzyklus ein anderes Mittelungsverhalten. Vibrationen während eines Interferometriezyklus können sich stark auf das Ausgangssignal auswirken und eine Mittelung findet erst durch eine wiederholte Messung statt.

Projekt	Propagationszeit $T$	Stabilität in $\text{ms}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$	Vibrationsumgebung und -unterdrückung
ATLAS [16]	60 ms	$4,8 \times 10^{-6}$	Labor, Vib.-Iso. (passiv)
GAIN [3]	230 ms	$2 \times 10^{-7}$	Labor, Vib.-Iso. (aktiv)
Wuhan [5]	300 ms	$4,2 \times 10^{-8}$	unterirdisch, Vib.-Iso. (aktiv)
ICE [2]	3 ms	$2 \times 10^{-4}$	Flugzeug, Postcorrection
CAG [17]	[18] 70 ms	$5,7 \times 10^{-8}$	unterirdisch, Postcorrection

**Tabelle 1.1: Vergleich verschiedener Ansätze zur Reduktion von Vibrationseinflüssen.** Aufgeführt sind das ATLAS-Experiment, an dem diese Arbeit durchgeführt wurde, das „*gravimetric atom interferometer*“ (GAIN, Berlin), das Gravimeter der Huazhong University of Science and Technology in Wuhan (China), das Projekt „*Interférométrie Cohérente pour l’Espace*“ (ICE, Paris) und das „*cold atom gravimeter*“ (CAG, Paris). Die besten Stabilitäten werden zur Zeit nur an unterirdischen Testplätzen, d.h. Orten mit extrem niedrigem seismischen Hintergrund erreicht. Jedoch auch in Anwesenheit starker Vibrationen an Bord eines Flugzeugs kann mit Hilfe von nachträglicher Vibrationskorrektur (Postcorrection) ein Atominterferometer als Beschleunigungssensor eingesetzt werden.

In vielen Fällen werden ausgefeilte Vibrationsisolierungen verwendet, um den Einfluss der Vibrationen so gering wie möglich zu halten. Dies ist jedoch nur begrenzt wirksam und in manchen Anwendungen auch unerwünscht. Beim mobilen Einsatz eines Atominterferometers, beispielsweise in einem Fahrzeug oder Flugzeug, sind Vibrationen so stark, dass sie nicht ausreichend von einer Isolierung unterdrückt werden können. Zudem wird mit einer Vibrationsisolierung der Aufbau wesentlich größer und komplizierter. Daher müssen andere Methoden entwickelt werden, um den Einfluss von Vibrationen zu reduzieren. Einige Studien zu diesem Bereich wurden bereits durchgeführt und sind zum Vergleich in [Tabelle 1.1](#) aufgeführt.

Ein vielversprechender Ansatz ist sogenannte Datenfusion. Dabei werden die Daten verschiedener Sensoren zusammengeführt und durch intelligente Verarbeitung die Vorteile aller verfügbaren Sensoren miteinander verknüpft. Auf diese Weise können bessere Ergebnisse erzielt werden als mit den individuellen Sensoren. Im Alltag findet diese Methode zum Beispiel in Fahrerassistenzsystemen, Navigationssystemen und Transportsystemen Anwendung. Auch für Satellitenmissionen wie beispielsweise GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*) zur globalen Bestimmung des Erdschwerfelds werden Messungen vieler Sensoren kombiniert [\[19\]](#).

Ein Atom-Gravimeter besitzt eine hohe Empfindlichkeit für zeitlich konstante und langsam variierende Beschleunigungssignale, da es sich um eine absolute Messung der Beschleunigung der frei fallenden Atome handelt. Trotz des Tiefpassverhaltens wird die Messung jedoch durch Vibrationen gestört, da diese bei jeder Einzelmessung Phasenfehler verursachen. Eine Übersicht von seismischen Rauschquellen ist mit den jeweiligen Frequenzbändern in [Tabelle 1.2](#) aufgeführt. Für ein Atominterferometer kann die Technik der Datenfusion genutzt werden, indem es mit einem oder mehreren weiteren Sensoren für verschiedene Frequenzbänder kombiniert wird. Wenn während des Messzyklus des Interferometers die Störungen gemessen werden, kann aus den so gewonnenen Daten der Beitrag zur Messgröße berechnet und anschließend korrigiert werden. Für die Korrektur gibt es verschiedene Ansätze: Zum einen kann das Interferometer so manipuliert werden, dass der Beitrag der Vibrationen aufgehoben wird (sogenanntes feed-forward) [\[22\]](#), zum

Signal	Frequenz
„Erdbrummen“ <a href="#">[20]</a>	0,002 – 0,007 Hz
Mikroseismik <a href="#">[21]</a>	0,02 – 0,07 Hz
Gebäuderesonanzen	~ 1 Hz
Menschliche Aktivität <a href="#">[21]</a>	> 3 Hz
Erdbeben	0,1 – 50 Hz

**Tabelle 1.2: Seismische Rauschquellen mit korrespondierenden Frequenzen.** Das sogenannte „Erdbrummen“ (*earth hum*) wird auf Interaktionen zwischen Atmosphäre, Ozean und Meeresboden zurückgeführt, während für die Mikroseismik die Interaktion zwischen Dünen und Meeresboden an Küstenlinien verantwortlich gemacht wird. Diese beiden Phänomene können überall und zu jeder Zeit auf der Erde gemessen werden, während die anderen oben aufgeführten umgangen werden können.

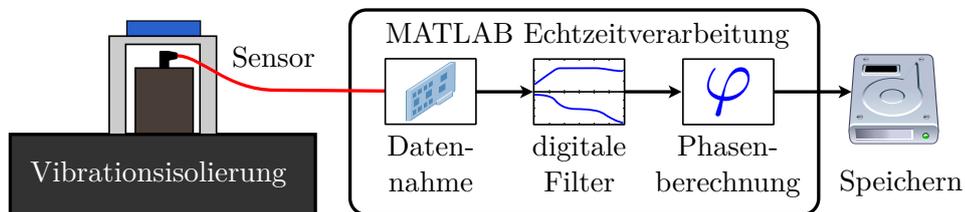
anderen kann der entsprechende Korrekturwert gespeichert werden und anschließend bei der Analyse der Daten berücksichtigt werden (sog. postcorrection).

Auf diese Weise kann der Schritt vom Forschungsobjekt zum hochpräzisen Messgerät ermöglicht werden, wie es derzeit bei dem Projekt QG-1 (Quanten-Gravimeter) am Institut für Quantenoptik (IQ) in Kooperation mit dem Institut für Erdmessung (IfE) an der Leibniz Universität Hannover geplant ist. Ein solches Atom-Gravimeter kann in der Geodäsie für verschiedene Messkampagnen bzw. Ziele eingesetzt werden:

- Geologische Veränderungen: Zum Beispiel die Hebung der Erdkruste in Fennoskandinavien seit der letzten Eiszeit aufgrund der nicht mehr vorhandenen Eislast kann mit Gravimetern nachgewiesen werden [23].
- Rohstoffsuche: Durch lokal verschiedene Schwere kann auf Bereiche unterschiedlicher Dichte und damit mögliche Rohstoffvorkommen geschlossen werden.
- Überwachung von Grundwasservorkommen: Veränderungen der Grundwassermenge führen zu einer Änderung der lokalen Schwere, welche mit Gravimetern registriert werden kann.

Von der Methode der Datenfusion können allerdings nicht nur Atominterferometer für mobile Anwendungen profitieren, sondern auch laborgestützte Experimente. Beim Projekt VLBAI (*very large baseline atom interferometry*), das an der Leibniz Universität Hannover geplant ist, soll Atominterferometrie mit Entwicklungszeiten bis zu  $T = 1,3$  s in Fontänenkonfiguration auf einer Fallstrecke von 10 m realisiert werden. Durch die große Propagationszeit vergrößert sich jedoch der Einfluss von Vibrationen. Daher kann es auch hier von Nutzen sein, das Atominterferometer mit einem klassischen Seismometer zu kombinieren, um so die parasitären Einflüsse von Vibrationen zu minimieren (siehe [Abschnitt 6.3](#)).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Methoden zur Kombination eines Seismometers mit einem Atominterferometer am ATLAS-Experiment des Instituts für Quantenoptik der Leibniz Universität Hannover untersucht. Bei diesem Experiment wird ein Atominterferometer mit zwei verschiedenen Spezies ( $^{87}\text{Rb}$  und  $^{39}\text{K}$ ) betrieben. Im Hinblick auf zukünftige mobile Anwendungen wurde die Korrektur von Vibrationen jedoch nur auf Einspezies-Messungen bezogen. Als Vorgehensweise wurde dabei das Konzept der



**Abbildung 1.1: Konzept zur Datennahme und -verarbeitung.** Sie erfolgt vollständig automatisiert zu jedem Interferometriezyklus. Die gewonnenen Vibrationsdaten werden gefiltert, die Korrekturphase berechnet und anschließend gespeichert.

---

Echtzeit-Postcorrection gewählt, was in [Abbildung 1.1](#) dargestellt ist. Dabei sollen zu jedem Interferometerzyklus Seismometerdaten aufgenommen werden, diese nach digitalem Filtern in eine Korrekturphase umgerechnet und dieser Wert anschließend gespeichert werden. Dieser Prozess soll vollständig automatisiert in Matlab ablaufen. Vorherige Ansätze verwendeten hier LabView für die Datennahme und andere Programmiersprachen für die Berechnungen. Dies erforderte ein Abspeichern der vollständigen Seismometerdaten, was jedoch zu Synchronisationsproblemen führte.

Die theoretischen Grundlagen der Atominterferometrie und der Beitrag von Vibrationen wird in [Kapitel 2](#) behandelt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde auch die Ansteuerung von Datennahme-Hardware mit Matlab getestet, was in [Kapitel 3](#) erläutert wird. Der dazu verwendete experimentelle Aufbau sowie die Funktionsweise von Vibrationsisolierungen und Inertialsensoren wird in [Kapitel 4](#) beschrieben. Schließlich wird in [Kapitel 5](#) die Korrelation von Atominterferometerdaten und gemessenen Vibrationsdaten untersucht und eine Möglichkeit getestet, eine künstliche Rauschumgebung im Labor zu simulieren.

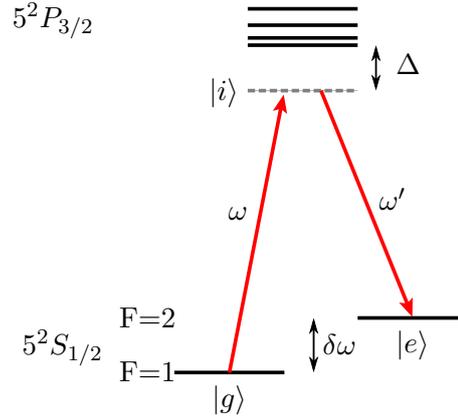


## 2 Inertialsensitive Atominterferometrie

In einem Lichtinterferometer wird eine Lichtwelle aufgespalten, durchläuft verschiedene Pfade, wird wieder zusammengeführt und überlagert. Die Lichtleistung am Ausgang des Interferometers hängt von der Phasendifferenz ab, welche die Welle auf den verschiedenen Pfaden des Interferometers durch verschiedene optische Weglängen erhält. Mit dieser Methode können beispielsweise Längenänderungen sehr präzise gemessen werden. Aufgrund des Welle-Teilchen-Dualismus lässt sich auch ein Interferometer mit Atomen realisieren [24]. Dabei wird die Welleneigenschaft der Atome dazu genutzt, diese in einen Superpositionszustand von verschiedenen Pfaden zu bringen, um anschließend ein Interferenzsignal zu erhalten. Dieses kann abhängig von der Konfiguration des Interferometers genutzt werden, um beispielsweise Rotation [25] oder Beschleunigung [26] präzise zu messen. Im Folgenden sollen die wichtigsten Aspekte zum Verständnis eines Atominterferometers zur Messung von Beschleunigungen erläutert werden. Dazu werden zunächst in [Abschnitt 2.1](#) Raman-Übergänge als Strahlteilungsmechanismus betrachtet. Diese koppeln interne und Impulszustände der Atome, die im Folgenden als Interferometriezustände bezeichnet werden. Die Geometrie des Atominterferometers sorgt für eine Phasenverschiebung von  $\Delta\Phi = k_{\text{eff}}aT^2$ , die in [Abschnitt 2.2](#) hergeleitet wird. Anschließend wird in [Abschnitt 2.3](#) auf den Beitrag von Vibrationen eingegangen, welche die Messung stören. Die hier vorgestellten Prinzipien können im Detail zum Beispiel in [27] nachvollzogen werden.

### 2.1 Raman-Übergänge

Der wichtigste Prozess für den Betrieb eines Interferometers ist der Strahlteilungsprozess. Dabei werden die verwendeten Wellenpakete in einen kohärenten Überlagerungszustand der Interferometriezustände  $|g, \vec{p}\rangle$  und  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$  gebracht. Diese beschreiben eine Kombination aus internen und Impulszuständen der Atome. Für die Interferometrie benötigt man stabile Zustände, da Spontanzerfall zum Verlust der gewünschten Phaseninformation führt. Gleichzeitig benötigt man für die Realisierung eines inertialsensitiven Interferometers einen möglichst großen Impulsübertrag  $\vec{k}_{\text{eff}}$ . Dies kann mit Hilfe von Raman-Übergängen realisiert werden. Dabei handelt es sich um einen Zwei-Photonen-Prozess, der die verwendeten Zustände über ein drittes virtuelles Zwischen-niveau aneinander koppelt. Bei der hier verwendeten Spezies  $^{87}\text{Rb}$  werden die beiden Hyperfeinzustände des  $5^2S_{1/2}$  Grundzustandes  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  und  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  verwendet, die im Folgenden mit  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  bezeichnet werden. Die verwendeten Niveaus und Übergänge sind in [Abbildung 2.1](#) dargestellt. Der Raman-Übergang geschieht hier über ein virtuelles Zwischenniveau  $|i\rangle$ , das energetisch in einem Abstand  $\Delta$  zum



**Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der am Raman-Übergang beteiligten Energieniveaus.** Das Lichtfeld mit der Kreisfrequenz  $\omega$ , welches um  $\Delta$  gegenüber dem Übergang  $5^2S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5^2P_{3/2}$  verstimmt ist, koppelt den Grundzustand  $|g\rangle$  an das virtuelle Zwischenniveau  $|i\rangle$ . Das zweite Lichtfeld mit Kreisfrequenz  $\omega'$  koppelt das Zwischenniveau  $|i\rangle$  resonant an den  $5^2S_{1/2}, F = 2$  Zustand ( $|e\rangle$ ). Die Differenzfrequenz der beiden Lichtfelder entspricht somit der Hyperfeinaufspaltung  $\delta\omega$  des  $5^2S_{1/2}$  Zustands.

$5^2P_{3/2}$  Niveau liegt. Durch die Verstimmung  $\Delta$  wird sichergestellt, dass das  $5^2P_{3/2}$  Niveau nicht besetzt wird. Aufgrund der kurzen Lebensdauer können die Atome aus diesem Zustand spontan zerfallen, wodurch diese Atome für den Interferometerzyklus verloren sind.

In Anwesenheit des Raman-Lichtfeldes oszilliert die Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustands  $|e\rangle$

$$|c_e|^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(\Omega_R \cdot t)) \quad (2.1)$$

mit der Rabi-Frequenz

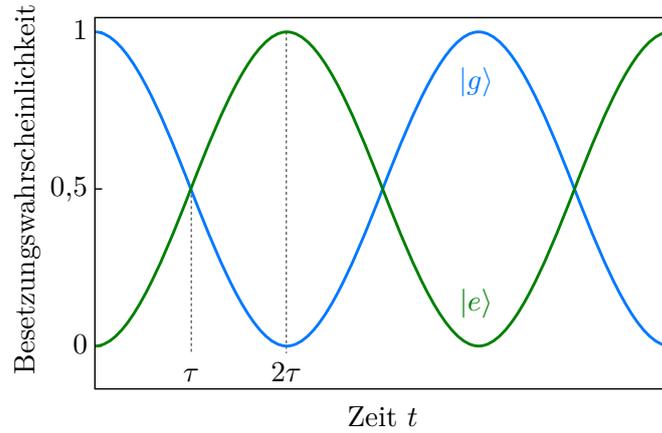
$$\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}. \quad (2.2)$$

Diese hängt wiederum von den Rabi-Frequenzen der Ein-Photonen-Übergänge

$$\Omega_j = \Gamma \cdot \sqrt{\frac{I_j}{I_{sat}}} \quad (\text{mit } j = 1, 2) \quad (2.3)$$

ab, wobei  $\Gamma$  die natürliche Linienbreite,  $I_j$  die Intensität des jeweiligen Lichtfeldes und  $I_{sat}$  die Sättigungsintensität ist. Durch ein Verringern der Verstimmung  $\Delta$  kann zwar die Rabi-Frequenz erhöht werden, allerdings steigt damit auch die Besetzungswahrscheinlichkeit des  $5^2P_{3/2}$  Niveaus und somit die Verlustrate.

Für die Einstrahldauer des Raman-Lichtfeldes ergeben sich zusammen mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  charakteristische Pulslängen: Bei Anwendung eines Raman-Pulses mit einer



**Abbildung 2.2: Rabi-Oszillation und Pulszeiten.** Bei einstrahlen des Raman-Lichtfelds oszillieren die Besetzungswahrscheinlichkeiten des Grundzustands  $|g\rangle$  (blau) und angeregten Zustands  $|e\rangle$  (grün) mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_R$ . Wird die Pulszeit  $\tau$  so gewählt, dass  $\Omega_R \cdot \tau = \pi/2$  gilt, wird ausgehend vom Grundzustand ein Superpositionszustand aus den Zuständen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  mit gleichen Besetzungswahrscheinlichkeiten erzeugt. Ein Puls der Länge  $2\tau$  führt zu einer Umkehrung der Besetzungswahrscheinlichkeiten.

Pulsdauer  $\tau$ , sodass  $\Omega_R \cdot \tau = \pi/2$  beträgt, werden die reinen Zustände  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  in eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände mit einer jeweiligen Besetzungswahrscheinlichkeit von 50% überführt. Ein solcher Puls wird als  $\pi/2$ -Puls bezeichnet und bildet in der Atomoptik ein Äquivalent zu einem 50:50 Strahlteiler. Ein Puls der Länge  $2\tau$  bewirkt eine Umkehrung der Besetzungswahrscheinlichkeiten, da das Argument des Cosinus in (2.1)  $\Omega_R \cdot 2\tau = \pi$  annimmt. Ein solcher Puls wird entsprechend als  $\pi$ -Puls bezeichnet und bildet ein Analogon zu einem Spiegel.

### 2.1.1 Impulsübertrag

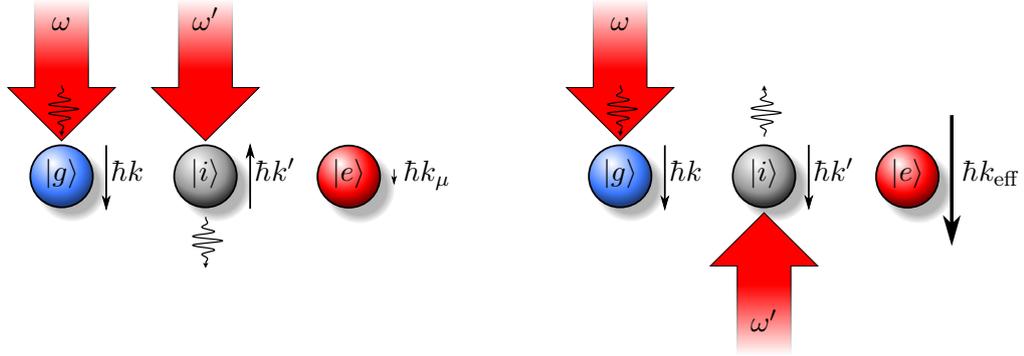
Bei dem Raman-Übergang vom Zustand  $|g\rangle$  über  $|i\rangle$  nach  $|e\rangle$  wird zusätzlich zu der für den Übergang nötigen Energie auch Impuls mit den beteiligten Photonen ausgetauscht. Für diese Betrachtung kann der Zwei-Photonen-Prozess in zwei Einzelprozesse aufgeteilt werden. Beim Übergang von  $|g\rangle$  nach  $|i\rangle$  wird ein entsprechendes Photon absorbiert und der Impuls vom Atom aufgenommen:

$$|g, \vec{p}\rangle \rightarrow |i, \vec{p} + \hbar\vec{k}\rangle, \quad (2.4)$$

beim anschließenden Übergang von  $|i\rangle$  nach  $|e\rangle$  wird ein Photon an das stimulierende Lichtfeld abgegeben:

$$\begin{aligned} |i, \vec{p} + \hbar\vec{k}\rangle &\rightarrow |e, \vec{p} + \hbar\vec{k} - \hbar\vec{k}'\rangle \\ &= |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle, \end{aligned} \quad (2.5)$$

wobei  $\vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k} - \vec{k}'$  der effektive Wellenvektor ist. Sind die Raman-Lichtfelder kopropagierend, so ist der vom Atom abgegebene Impuls gleichgerichtet zum zuvor aufgenommenen



(a) kopropropagierende Raman-Strahlen

(b) kontrapropagierende Raman-Strahlen

**Abbildung 2.3: Impulsübertrag bei Raman-Übergängen.** Für kopropropagierende Strahlen (a) ist der Impulsübertrag bei der Emission dem zuvor aufgenommenen entgegen gerichtet. Der aufgenommene Gesamtimpuls ist sehr gering und entspricht dem des Mikrowellenübergangs von  $|g\rangle$  nach  $|e\rangle$ . In der kontrapropagierenden Konfiguration sind die Impulsüberträge gleich gerichtet und die Beträge der Impulse addieren sich zum Gesamtimpuls.

und der resultierende Impulsübertrag ist identisch mit dem eines Mikrowellenphotons mit der Differenzfrequenz der beiden Raman-Lichtfelder ([Abbildung 2.3a](#)). Dieser Impulsübertrag entspricht einer Rückstoßgeschwindigkeit von

$$v_{\text{rec}} = \frac{p}{m_{\text{Rb}}} = \frac{\hbar k}{m_{\text{Rb}}} = \frac{h}{c} \cdot \frac{\nu}{m_{\text{Rb}}} \approx 0,1 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}. \quad (2.6)$$

wobei  $\nu = 6,8$  GHz die Differenzfrequenz der Raman-Lichtfelder ist. Werden die beiden für den Raman-Übergang benötigten Lichtfelder jedoch in gegenläufiger Richtung (kontrapropagierend) eingestrahlt, addieren sich die Beträge der übertragenen Impulse ([Abbildung 2.3b](#)) und die Rückstoßgeschwindigkeit beträgt somit

$$v_{\text{rec}} = \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m_{\text{Rb}}} \approx \frac{2h}{m_{\text{Rb}}\lambda} \approx 12 \frac{\text{mm}}{\text{s}}, \quad (2.7)$$

wobei  $\lambda = 780$  nm hier die Wellenlänge des Übergangs  $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$  ist. Demnach werden bei der Anwendung eines Raman- $\pi$ -Pulses in gegenläufiger Konfiguration die Atome vom Ausgangszustand  $|g, \vec{p}\rangle$  in den Zustand  $|e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$  überführt. Analog bringt ein Raman- $\pi/2$ -Puls die Atome aus dem Grundzustand  $|g\rangle$  in den Zustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left( |g, \vec{p}\rangle + e^{i\phi_{g \rightarrow e}} |e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle \right). \quad (2.8)$$

Dieser beschreibt eine Superposition der beiden Interferometriezustände. Der Faktor  $e^{i\phi_{g \rightarrow e}}$  in (2.8) ist die vom Lichtfeld auf die Atome übertragene Phase, die im folgenden Unterabschnitt betrachtet wird.

### 2.1.2 Phasenübertrag erster Ordnung

Bei der Absorption eines Photons aus einem Lichtfeld

$$\vec{E} = \vec{A} \cdot \sin(\omega t - \vec{k}\vec{z}) \quad (2.9)$$

mit der Kreisfrequenz  $\omega$  und dem Wellenvektor  $\vec{k}$  wird die momentane lokale Phase  $\omega t - \vec{k}\vec{z}$  am Ort  $\vec{z}$  des Atoms ebenfalls auf das Atom übertragen. Hier wird die Näherung von ebenen Wellen am Ort der Atome betrachtet und deren Ausbreitungsrichtung als  $z$ -Achse gewählt. Die beim Raman-Übergang übertragene Phase kann in guter Näherung durch die Betrachtung zweier gleichzeitiger instantaner Ein-Photonen-Prozesse ermittelt werden. Für den Übergang vom Grundzustand  $|g\rangle$  in den angeregten Zustand  $|e\rangle$  wird bei der Absorption die Phase

$$\Phi_{g \rightarrow i} = \omega t - \vec{k}\vec{z} \quad (2.10)$$

übertragen. Bei der anschließenden stimulierten Emission eines Photons in das zweite Lichtfeld wird entsprechend die Phase

$$\Phi_{i \rightarrow e} = -(\omega' t - \vec{k}'\vec{z}) \quad (2.11)$$

übertragen. Die Vorzeichenwahl erfolgt nach Konvention positiv für Absorption und negativ für Emission. In Summe ergibt sich damit für den Raman-Übergang von  $|g\rangle$  nach  $|e\rangle$  die übertragene Phase zu

$$\begin{aligned} \Phi_{g \rightarrow e} &= \Phi_{g \rightarrow i} + \Phi_{i \rightarrow e} \\ &= (\omega - \omega')t - (\vec{k} - \vec{k}')\vec{z}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Mit der Differenzfrequenz  $\delta\omega = \omega - \omega'$  und dem effektiven Wellenvektor  $\vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k} - \vec{k}'$  ergibt sich

$$\Phi_{g \rightarrow e} = \delta\omega \cdot t - \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{z}. \quad (2.13)$$

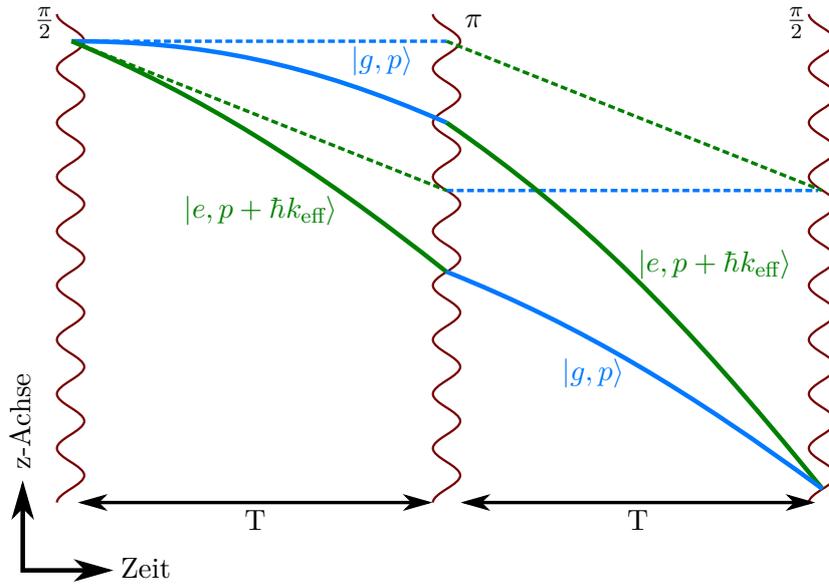
Dabei entspricht  $\delta\omega$  der Frequenz des Mikrowellenübergangs von  $|g\rangle$  nach  $|e\rangle$ . Der Betrag des effektiven Wellenvektors  $\vec{k}_{\text{eff}}$  beträgt aufgrund der kontrapropagierenden Konfiguration in  $z$ -Richtung

$$\begin{aligned} |\vec{k}_{\text{eff}}| &= |\vec{k} - \vec{k}'| \\ &= \left| k\vec{e}_z - \left( k - \frac{\delta\omega}{c} \right) (-\vec{e}_z) \right| \\ &= 2k - \frac{\delta\omega}{c} \approx 2k, \end{aligned} \quad (2.14)$$

was dem Wellenvektor einer Welle mit der Summenfrequenz  $\omega + \omega'$  entspricht.

Betrachtet man analog den Fall des Raman-Übergangs von  $|e\rangle$  nach  $|g\rangle$ , so erhält man den gleichen Phasenübertrag mit geändertem Vorzeichen:

$$\Phi_{e \rightarrow g} = -\delta\omega \cdot t + \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{z}. \quad (2.15)$$



**Abbildung 2.4: Raum-Zeit-Trajektorien der Atome im Interferometer.** In der abgebildeten Mach-Zehnder-Konfiguration wird zunächst ein Superpositionszustand aus den Interferometriezuständen erzeugt. Aufgrund des Impulsübertrag vergrößert sich in die räumliche Separation während der Propagationszeit  $T$ . Durch den  $\pi$ -Puls werden die Zustände umgekehrt und die Separation verringert sich, bevor die Interferometriezustände durch den letzten Puls überlagert und zur Interferenz gebracht werden. Ohne externe Beschleunigung verlaufen die Trajektorien gradlinig (gestrichelt abgebildet), mit externer Beschleunigung hingegen parabolisch. Mit den Interferometriepulsen wird auch die lokale Phase des Lichtfelds auf die Atome aufgeprägt, sodass in Anwesenheit einer Beschleunigung eine Phasendifferenz auftritt.

Die Näherung eines instantanen Übergangs für die Phasenbeiträge reicht aus, um den Hauptphasenbeitrag in einem inertialsensitiven Atominterferometer herzuleiten (s. [Abschnitt 2.2](#)). Eine genauere Betrachtung der Phasenbeiträge, die auch die zeitliche Ausdehnung des Raman-Prozesses berücksichtigt, findet sich in [28].

## 2.2 Interferometergeometrie und Phasenbeiträge

Mit Hilfe einer Kombination der im [Abschnitt 2.1](#) beschriebenen Raman-Pulse kann ein inertialsensitives Atominterferometer realisiert werden. Eine gängige Konfiguration hierfür ist die Mach-Zehnder-Geometrie, die in [Abbildung 2.4](#) schematisch dargestellt ist. Sie besteht aus der Pulssequenz  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ , jeweils getrennt von der freien Entwicklungszeit  $T$ . Die hierbei auftretenden Phasenbeiträge werden im Folgenden quantitativ betrachtet.

Durch einen ersten  $\pi/2$ -Puls wird die Wellenfunktion der Atome  $\Psi = |g\rangle$  in den

Überlagerungszustand

$$\Psi(0)' = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} |g\rangle}_{\Psi_A} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\Phi_{1B}} |e\rangle}_{\Psi_B} \quad (2.16)$$

gebracht. Hierbei wird auf den Anteil der Wellenfunktion, der in den angeregten Zustand  $|e\rangle$  übergegangen ist, die Phase des Lichtfeldes  $\Phi_{1B}$  übertragen. Durch den Strahlteilerpuls wird die atomare Wellenfunktion auf die beiden Pfade A und B des Interferometers aufgeteilt. Für beide Pfade folgt eine Propagationszeit  $T$ , in der sich die Phasen der Zustände gemäß ihren Eigenenergien entwickeln:

$$\Psi_A(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Delta\omega}{2}T} |g\rangle \quad (2.17)$$

$$\Psi_B(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{i\Phi_{1B}} |e\rangle. \quad (2.18)$$

Der Energienullpunkt wurde hier so gewählt, dass er symmetrisch zwischen den beiden Zuständen liegt, die eine Energiedifferenz von  $\Delta\omega$  aufweisen. Anschließend wird ein  $\pi$ -Puls angewendet, der die Zustände umkehrt und ebenfalls die Phase des Lichtfeldes überträgt. Diese ist im Allgemeinen für die beiden Pfade verschieden:

$$\Psi_A(T)' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{i\Phi_{2A}} |e\rangle \quad (2.19)$$

$$\Psi_B(T)' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{i\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{1B}} |g\rangle. \quad (2.20)$$

Nach einer weiteren Propagationszeit  $T$  hat sich die Phase analog zu (2.17) bzw. (2.18) entwickelt:

$$\Psi_A(2T) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{-i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{i\Phi_{2A}} |e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\Phi_{2A}} |e\rangle \quad (2.21)$$

$$\Psi_B(2T) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{i\frac{\Delta\omega}{2}T} e^{i\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{1B}} |g\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{1B}} |g\rangle. \quad (2.22)$$

Bei gleichen Propagationszeiten  $T$  heben sich somit aufgrund der Zustandsumkehr die entsprechenden Phasenbeiträge auf. Diese Methode wird auch als Spin-Echo bezeichnet. Ein anschließender  $\pi/2$ -Puls spaltet beide Einzelpfade wiederum auf und rekombiniert sie zu den Ausgangszuständen. Dabei werden wie in (2.16) die Interaktionsphasen übertragen:

$$\Psi_A(2T)' = \frac{1}{2} e^{i\Phi_{3A}} e^{i\Phi_{2A}} |g\rangle + \frac{1}{2} e^{i\Phi_{2A}} |e\rangle \quad (2.23)$$

$$\Psi_B(2T)' = \frac{1}{2} e^{i\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{1B}} |g\rangle + \frac{1}{2} e^{i\Phi_{1B}} e^{i\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{3B}} |e\rangle. \quad (2.24)$$

Durch diesen Puls werden die beiden Pfade zur Interferenz gebracht, was in der Gesamtwellenfunktion deutlich wird:

$$\Psi = \Psi_A + \Psi_B \quad (2.25)$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{\left( e^{i\Phi_{3A}} e^{i\Phi_{2A}} + e^{\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{1B}} \right)}_{c_g} |g\rangle + \frac{1}{2} \underbrace{\left( e^{i\Phi_{2A}} + e^{i\Phi_{1B}} e^{i\Phi_{2B}} e^{i\Phi_{3B}} \right)}_{c_e} |e\rangle \quad (2.26)$$

Das Interferometer lässt sich nun über die Besetzung eines Zustands auslesen. Für den angeregten Zustand ergibt sich die Besetzungswahrscheinlichkeit zu

$$|c_e|^2 = \frac{1}{4} \left| 1 + e^{i(\Phi_{1B} + \Phi_{2B} - \Phi_{2A} + \Phi_{3B})} \right|^2 \quad (2.27)$$

mit der Differenzphase

$$\Delta\Phi = \Phi_{1B} + \Phi_{2B} - \Phi_{2A} + \Phi_{3B} \quad (2.28)$$

ergibt sich

$$|c_e|^2 = \frac{1}{2} (1 + \cos(\Delta\Phi)). \quad (2.29)$$

Über diesen Zusammenhang kann aus der relativen Besetzung des angeregten Zustands auf die Differenzphase  $\Delta\Phi$  rückgeschlossen werden.

Ermittelt man aus der Interferometergeometrie (s. [Abbildung 2.4](#)) die entsprechenden Beiträge für (2.28) mit (2.13) und (2.15) aus [Unterabschnitt 2.1.2](#), ergibt sich:

$$\Phi_{1B}(t=0) = \delta\omega \cdot 0 - k_{\text{eff}}^{\vec{}} \cdot \vec{z}(0) \quad \equiv 0 \quad (2.30a)$$

$$\Phi_{2A}(t=T) = \delta\omega \cdot T - k_{\text{eff}}^{\vec{}} \cdot \vec{z}_A(T) \quad = \delta\omega \cdot T - \frac{1}{2} k_{\text{eff}}^{\vec{}} \vec{a} T^2 \quad (2.30b)$$

$$\Phi_{2B}(t=T) = -\delta\omega \cdot T + k_{\text{eff}}^{\vec{}} \cdot \vec{z}_B(T) \quad = -\delta\omega \cdot T + \frac{1}{2} k_{\text{eff}}^{\vec{}} \vec{a} T^2 + k_{\text{eff}}^{\vec{}} \vec{v}_{\text{rec}} T \quad (2.30c)$$

$$\Phi_{3B}(t=2T) = \delta\omega \cdot 2T - k_{\text{eff}}^{\vec{}} \cdot \vec{z}_B(2T) \quad = \delta\omega \cdot 2T - 2k_{\text{eff}}^{\vec{}} \vec{a} T^2 - k_{\text{eff}}^{\vec{}} \vec{v}_{\text{rec}} T \quad (2.30d)$$

unter der Annahme einer konstanten Beschleunigung  $\vec{a}$ . Der Nullpunkt für Ort und Zeit wurde ohne Beschränkung der Allgemeinheit als Startpunkt des Interferometers gewählt. Die einzelnen Phasenbeiträge hängen zusätzlich noch von der Rückstoßgeschwindigkeit  $\vec{v}_{\text{rec}}$  (2.7) ab, die durch den Impulsübertrag beim Raman-Übergang zustande kommt. Diese Terme fallen jedoch ebenso wie die von der Differenzfrequenz  $\delta\omega$  abhängigen Terme in der Differenzphase (2.28) heraus und es ergibt sich

$$\Delta\Phi = -k_{\text{eff}}^{\vec{}} \vec{a} T^2. \quad (2.31)$$

Bei bekanntem  $k_{\text{eff}}^{\vec{}}$  und  $T$  kann also aus der Interferometerphase die Beschleunigung  $\vec{a}$  ermittelt werden. Bei der Verwendung von  $^{87}\text{Rb}$  und den in [Abschnitt 2.1](#) genannten Übergängen beträgt der effektive Wellenvektor

$$k_{\text{eff}} \approx \frac{4\pi}{780 \text{ nm}} \approx 1,6 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}. \quad (2.32)$$

Daraus ergibt sich, dass einer Phasenänderung um  $2\pi$  im Interferometer mit  $T = 80$  ms eine Änderung der Beschleunigung  $\Delta a \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$  entspricht. Das bedeutet, dass das Atominterferometer auf die Erdbeschleunigung bereits mit etwa 161000 Perioden antwortet. Um dies zu verringern und festzustellen, welcher Periode des Signal zuzuordnen ist, wird den beiden Raman-Lichtfeldern eine zusätzliche Phasendifferenz  $\Delta\Phi_{\text{sweep}}$  gegeben, sodass dadurch der Phasenbeitrag der Beschleunigung aufgehoben wird:

$$0 = -k_{\text{eff}}aT^2 + \Delta\Phi_{\text{sweep}}. \quad (2.33)$$

Dazu muss die zusätzliche Phase ebenfalls quadratisch von der Zeit abhängen, was impliziert, dass die Differenzfrequenz der beiden Lichtfelder linear verstimmmt werden muss. Führt man die Änderungsrate  $\alpha$  ein, mit der die Differenzfrequenz der Raman-Lichtfelder verstimmmt wird, so erhält man mit

$$\alpha = \frac{\partial\nu}{\partial t} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(\delta\omega)}{\partial t} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2(\Delta\Phi_{\text{sweep}})}{\partial t^2} \quad (2.34)$$

in (2.30) zusätzliche von  $\alpha$  abhängige Terme:

$$\Phi_{1B}(t=0) \equiv 0 \quad (2.35)$$

$$\Phi_{2A}(t=T) = \left( \delta\omega_0 \cdot T + 2\pi \cdot \frac{1}{2} \alpha T^2 \right) - \frac{1}{2} k_{\text{eff}}^{\vec{a}} T^2 \quad (2.36)$$

$$\Phi_{2B}(t=T) = - \left( \delta\omega_0 \cdot T + 2\pi \cdot \frac{1}{2} \alpha T^2 \right) + \frac{1}{2} k_{\text{eff}}^{\vec{a}} T^2 + k_{\text{eff}}^{\vec{v}_{\text{rec}}} T \quad (2.37)$$

$$\Phi_{3B}(t=2T) = \left( \delta\omega_0 \cdot 2T + 2\pi \cdot \frac{1}{2} \alpha T^2 \right) - 2k_{\text{eff}}^{\vec{a}} T^2 - k_{\text{eff}}^{\vec{v}_{\text{rec}}} T. \quad (2.38)$$

Dies ergibt mit (2.28) den zusätzlichen Phasenbeitrag

$$\Delta\Phi_{\text{sweep}} = 2\pi\alpha T^2. \quad (2.39)$$

Mit der Bedingung (2.33) ergibt sich für die Änderungsrate  $\alpha = k_{\text{eff}}a/2\pi \approx 25 \text{ MHz/s}$ , wobei für die Beschleunigung  $a = 9,81 \text{ m/s}^2$  eingesetzt wurde. Durch Variation der Änderungsrate lassen sich beliebig viele Perioden des Interferometers abfahren. Variiert man zusätzlich die freie Propagationszeit  $T$ , so erhält man ein globales Minimum für die Änderungsrate, mit der die Gesamtphase  $-k_{\text{eff}}aT^2 + 2\pi\alpha T^2 \equiv 0$  ergibt. Auf diese Weise lässt sich über die nötige Änderungsrate die Beschleunigung bestimmen. Durch kontinuierliches Beobachten des globalen Minimums lässt sich auch die zeitliche Änderung der Beschleunigung (beispielsweise durch Tiden) beobachten.

## 2.3 Beitrag von Vibrationen

Im vorherigen Abschnitt wurde der Phasenbeitrag in einem inertialsensitiven Interferometer diskutiert. Dabei wurden die Phasenbeiträge aus einem mit dem Lichtfeld verbundenen Bezugssystem betrachtet. Das bedeutet, dass zu jeder Zeit eine bekannte Phasenbeziehung  $\Phi(z, t)$  zwischen den beiden Lichtfeldern und dem Ort der Atome vorliegt.

Dies ist jedoch im Laborsystem nur begrenzt gewährleistet. Im Experiment wird die zeitliche Kohärenz durch eine Phasenstabilisierung der beiden Lichtfelder realisiert. Um die Phasenbeziehung zum Ort der Atome zu gewährleisten, wird ein Retroreflexspiegel verwendet. Dieser sorgt durch die Anschlussbedingungen an der Spiegeloberfläche an dieser für eine feste räumliche Phase. Dadurch ist auch die Phase des Lichtfeldes in einem festen Abstand von der Spiegeloberfläche definiert und der Spiegel dient als Referenzfläche für die gemessene Beschleunigung der Atome. Die Messung wird allerdings durch Vibrationen des Retroreflexspiegels während der Interferometriezeit gestört, da im Interferometersignal nicht zwischen einer Beschleunigung des Spiegels und der Atome unterschieden werden kann. Die relative Bewegung des Spiegels zum Inertialsystem verursacht eine räumliche Fluktuation der Lichtphase und muss daher in (2.30) berücksichtigt werden:

$$\Phi_{2A}(t = T) = \delta\omega \cdot T - \frac{1}{2}k_{\text{eff}}^{\vec{a}}T^2 + k_{\text{eff}}^{\vec{v}} \int_0^T \delta\vec{v}(t)dt \quad (2.40a)$$

$$\Phi_{2B}(t = T) = -\delta\omega \cdot T + \frac{1}{2}k_{\text{eff}}^{\vec{a}}T^2 + k_{\text{eff}}^{\vec{v}_{\text{rec}}}T + k_{\text{eff}}^{\vec{v}} \int_0^T \delta\vec{v}(t)dt \quad (2.40b)$$

$$\Phi_{3B}(t = 2T) = \delta\omega \cdot 2T - 2k_{\text{eff}}^{\vec{a}}T^2 - k_{\text{eff}}^{\vec{v}_{\text{rec}}}T + k_{\text{eff}}^{\vec{v}} \int_0^{2T} \delta\vec{v}(t)dt. \quad (2.40c)$$

Hier wird die relative Geschwindigkeit  $\delta\vec{v}$  des Spiegels zum Inertialsystem betrachtet, da diese durch Messungen mit einem Seismometer zugänglich ist. Außerdem entfällt bei der Berechnung der Gesamtphase (2.28) mit (2.40) ein eventueller konstanter Anteil der Geschwindigkeit. Man erhält

$$\Delta\Phi = -\vec{k}_{\text{eff}}\vec{a}_0T^2 - \vec{k}_{\text{eff}} \left( \int_0^T -\delta\vec{v}(t)dt + \int_T^{2T} \delta\vec{v}(t)dt \right), \quad (2.41)$$

was sich mit der Sensitivitätsfunktion

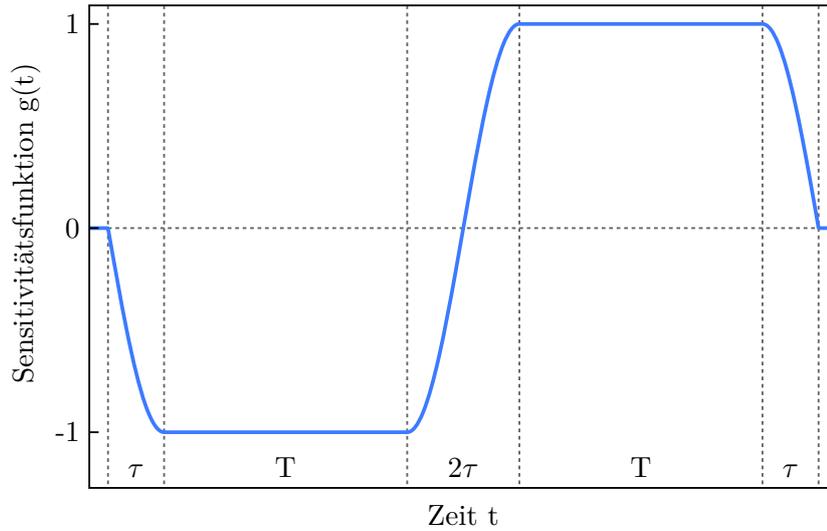
$$g(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } 0 \leq t < T \\ +1 & \text{für } T \leq t \leq 2T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.42)$$

vereinfachen lässt zu

$$\Delta\Phi = -\vec{k}_{\text{eff}}\vec{a}_0T^2 - \vec{k}_{\text{eff}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\delta\vec{v}(t)dt. \quad (2.43)$$

Beachtet man zusätzlich die zeitliche Ausdehnung der Raman-Pulse [29], so erhält man eine leicht modifizierte Sensitivitätsfunktion:

$$g(t) = \begin{cases} -\sin(\Omega_R t) & \text{für } 0 \leq t \leq \tau \\ -1 & \text{für } \tau < t \leq T + \tau \\ \sin(\Omega_R(t - T - 2\tau)) & \text{für } T + \tau < t \leq T + 3\tau \\ +1 & \text{für } T + 3\tau < t \leq 2T + 3\tau \\ \sin(\Omega_R(t - 2T - 2\tau)) & \text{für } 2T + 3\tau < t \leq 2T + 4\tau \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.44)$$



**Abbildung 2.5: Verlauf der zeitlichen Sensitivitätsfunktion (2.44).** Bei den Propagationszeiten  $T$  beträgt die Sensitivitätsfunktion  $\pm 1$ , während der Pulszeiten werden diese Abschnitte durch einen Sinus-förmigen Verlauf mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  verbunden. Außerhalb der Interferometriesequenz beträgt die Sensitivitätsfunktion Null. Für infinitesimale Pulszeiten  $\tau \rightarrow 0$  geht sie in die Stufenfunktion (2.42) über.

Dabei ist  $\tau$  die Dauer der  $\pi/2$ -Pulse und  $\Omega_R$  die Rabi-Frequenz (2.2). Die Sensitivitätsfunktion ist in [Abbildung 2.5](#) dargestellt. Durch die genauere Betrachtung der Raman-Übergänge weist sie im Gegensatz zu (2.42) keine Unstetigkeiten zu den Pulszeiten auf und für die Näherung  $\tau \rightarrow 0$  geht sie in (2.42) über. Vibrationen führen nach (2.43) zu einem Rauschen des Interferometersignals, da sie im Allgemeinen unkorreliert auf verschiedene Interferometerzyklen wirken. Dies limitiert die Stabilität des Interferometers auf die mittlere bei jedem Zyklus auftretende Vibrationsphase. Durch eine Messung der Bewegung des Spiegels kann über (2.43) der Phasenbeitrag der Vibrationen berechnet und anschließend eine Korrektur der Interferometerdaten vorgenommen werden.

Betrachtet man die Sensitivität des Atominterferometers im Frequenzraum [29], so ist die mittlere Standardabweichung der Phase gegeben durch

$$\sigma_{\Phi}^2 = \int_0^{\infty} |H_{\Phi}(\omega)|^2 S_{\Phi}(\omega) d\omega, \quad (2.45)$$

wobei  $S_{\Phi}(\omega)$  die spektrale Rauschleistungsdichte der Phase ist. Die Transferfunktion  $H_{\Phi}(\omega)$  ergibt sich aus der Fouriertransformierten der Sensitivitätsfunktion (2.44):

$$H_{\Phi}(\omega) = \omega \cdot G(\omega) \quad (2.46)$$

$$= \omega \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} g(t) dt \quad (2.47)$$

$$= \omega \cdot \frac{4i\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) \cdot \left( \cos\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) \quad (2.48)$$

Im Fall von Vibrationen erhält man  $S_\Phi$  über die spektrale Leistungsdichte der Vibrationen:

$$S_\phi(\omega) = \frac{k_{\text{eff}}^2}{\omega^2} S_v(\omega). \quad (2.49)$$

Damit lässt sich (2.45) umschreiben zu

$$\sigma_\Phi^2 = \int_0^\infty |H_v(\omega)|^2 S_v(\omega) d\omega \quad (2.50)$$

mit der Transferfunktion für Geschwindigkeitsrauschen

$$H_v(\omega) = \frac{k_{\text{eff}}}{\omega} H_\Phi(\omega) = k_{\text{eff}} G(\omega). \quad (2.51)$$

Diese ergibt sich somit direkt aus dem Produkt der fouriertransformierten Sensitivitätsfunktion für Geschwindigkeitsrauschen und dem effektiven Wellenvektor und ist in [Abbildung 2.6a](#) abgebildet. Analog lässt sich (2.50) mit der Beschleunigungsrauschleistungsdichte  $S_a(\omega) = S_v(\omega)/\omega^2$  umformen zu

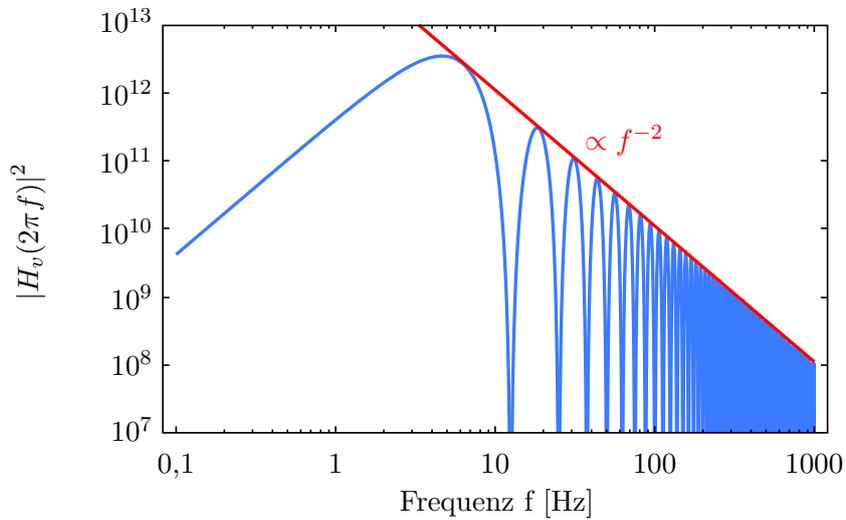
$$\sigma_\Phi^2 = \int_0^\infty |H_a(\omega)|^2 S_a(\omega) d\omega, \quad (2.52)$$

wobei

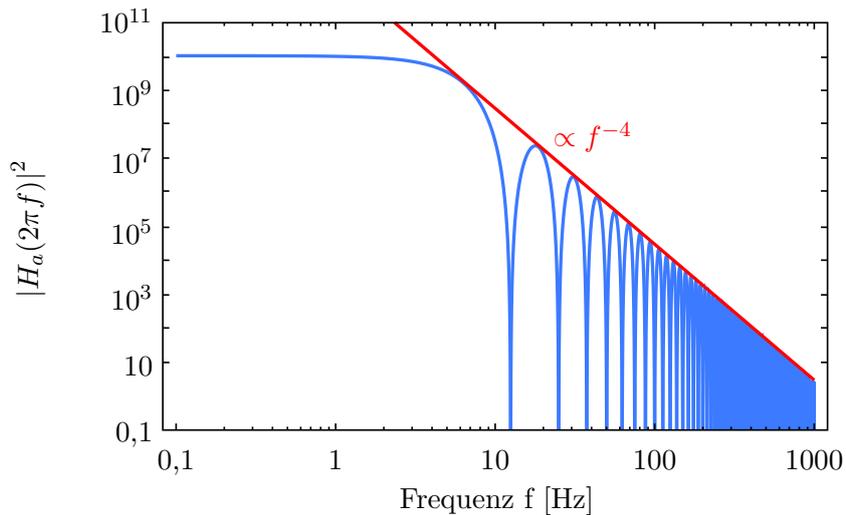
$$H_a(\omega) = \frac{H_v(\omega)}{\omega} = \frac{k_{\text{eff}} G(\omega)}{\omega} \quad (2.53)$$

die Transferfunktion für Beschleunigungen darstellt. Diese ist in [Abbildung 2.6b](#) abgebildet.

In der Transferfunktion für Geschwindigkeiten ist zu sehen, dass das Atominterferometer insensitiv für zeitlich konstante Geschwindigkeiten ist, während das Interferometer für Beschleunigungen ein Tiefpass-Verhalten aufweist. Zusätzlich weisen beide Transferfunktionen bei ganzzahligen Vielfachen der Frequenz  $1/(T+2\tau)$  Nullstellen auf. Dies liegt an der Punktsymmetrie der Transferfunktion (2.44) bezüglich der Hälfte des  $\pi$ -Pulses zu der Zeit  $T+2\tau$  ([Abbildung 2.5](#)). Phasenbeiträge mit entsprechenden Zeitkonstanten liefern identische Beiträge während der beiden Zyklushälften, jedoch mit unterschiedlichen Vorzeichen, sodass sich die Phasenbeiträge aufheben.



(a) Transferfunktion für Geschwindigkeitsrauschen



(b) Transferfunktion für Beschleunigungen

**Abbildung 2.6: Spektrale Sensitivitätsfunktion des Atominterferometers.** Dargestellt sind die Übertragungsfunktionen für Geschwindigkeitsrauschen (a) und Beschleunigungsrauschen (b). Diese ergeben sich aus der Fouriertransformation der zeitlichen Sensitivitätsfunktion (2.44). Neben dem Tiefpassverhalten sind Minima bei Frequenzen der ganzzahligen Vielfachen von  $1/(T + 2\tau) \approx 12,5$  Hz zu erkennen, welche durch die Symmetrie der Interferometersequenz verursacht werden. Hier wurde  $T = 80$  ms und  $\tau = 15$   $\mu$ s verwendet. Außerdem wird auch die Sensitivität des Atominterferometers auf konstante Beschleunigungen im Gegensatz zu konstanten Geschwindigkeiten deutlich.



## 3 Datenaufnahme und -ausgabe mit Matlab

Matlab ist eine kommerzielle Software der Firma Mathworks zur Programmierung, numerischen Berechnung und Visualisierung [30]. Das Hauptprogramm bietet unter anderem eine graphische Benutzeroberfläche sowie einen Editor mit Syntax-Hervorhebung. Zusätzlich zu den im Hauptprogramm enthaltenen Funktionen gibt es zahlreiche Erweiterungen, sogenannte Toolboxes, die zusätzliche Funktionen für spezialisiertere Anwendungen enthalten. In Verbindung mit der „Data Acquisition Toolbox“ lässt sich Matlab auch für die Ansteuerung von Datennahme-Hardware verwenden. Diese stellt abhängig von der Systemarchitektur zwei verschiedene Methoden zur Ansteuerung von Datennahme-Hardware zur Verfügung: das „lagacy interface“ und das „session-based interface“. Ersteres steht nur in der 32-Bit-Version von Matlab zur Verfügung und unterstützt Aufnahme und Ausgabe von analogen sowie digitalen Signalen [31]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das „session-based interface“ verwendet, das zusätzlich Zugriff auf das Counter/Timer-Subsystem von Datennahme-Hardware unterstützt und somit auch beispielsweise durch externe Trigger gesteuerte Messungen erlaubt. Durch die Erstellung mehrerer Sessions ermöglicht es zudem eine unabhängige Steuerung von beliebigen Ein- und Ausgangskanälen. Da im Rahmen dieser Arbeit Matlab mit der Data Acquisition Toolbox zur Aufnahme und Ausgabe von Digital- und Analogsignalen verwendet wurde, sollen im Folgenden einige Eigenschaften und Befehle erläutert werden.

### 3.1 Datenaufnahme

Eine Session ist ein Datennahme-Objekt, das mit dem Aufruf des Befehls

```
S = daq.createSession('ni');
```

erstellt wird, wobei der String 'ni' die Session für die Verwendung von Hardware des Herstellers **National Instruments** konfiguriert. Im Anschluss kann auf das erstellte Objekt über die Variable S zugegriffen werden. S repräsentiert eine Instanz der Klasse `daq.ni.Session`, die Methoden zur Steuerung der Datennahme zur Verfügung stellt. Hier sollen nur einige dieser Methoden betrachtet werden, eine Dokumentation aller Funktionen ist in [32] zu finden. Nach der Erstellung der Session müssen für eine analoge Datennahme zunächst Eingangskanäle hinzugefügt werden. Dies geschieht mit der Methode

```
S.addAnalogInputChannel(deviceID, channelID, 'Voltage');
```

wobei `deviceID` und `channelID` durch den Gerätenamen (z.B. 'dev1') beziehungsweise den gewünschten Kanalnamen (z.B. 'ai0') zu ersetzen ist. Eine Übersicht über die

aktuellen Einstellungen der Session S erhält man über `S.get`, die Parameter können entsprechend der Hardwaremöglichkeiten mit

```
S.<Parameter> = <Wert>;
```

geändert werden. Die wichtigsten konfigurierbaren Parameter sind in [Tabelle 3.1](#) mit dem möglichen Wertebereich aufgeführt. Einige Einstellungen sind abhängig von anderen, beispielsweise wird durch das Setzen der Variable `IsContinuous` auf `true` automatisch die Anzahl der aufgenommenen Datenpunkte (`NumberOfScans`) auf Unendlich (`Inf`) gesetzt.

Parameter	Wert	Bedeutung
<code>NumberOfScans</code>	2 - Inf	Anzahl der aufgenommenen Datenpunkte
<code>DurationInSeconds</code>	0 - Inf	Dauer der Messung in Sekunden
<code>Rate</code>	0,1 - 1250000	Samplingfrequenz in Hz (hardware- und kanalanzahlabhängig)
<code>IsContinuous</code>	true / false	Aufnahme einer unbegrenzten / begrenzten Anzahl von Datenpunkten
<code>NotifyWhen-DataAvailableExceeds</code>	0 - Inf	Anzahl der gemessenen Datenpunkte, nach denen das Event „DataAvailable“ ausgelöst wird*
<code>NotifyWhen-ScansQueuedBelow</code>	0 - Inf	Anzahl der gemessenen Datenpunkte, nach denen das Event „DataRequired“ ausgelöst wird*
<code>ExternalTriggerTimeout</code>	0 - Inf	Dauer in Sekunden, die nach dem Starten auf einen externen Trigger gewartet wird
<code>TriggersPerRun</code>	1 - Inf	Anzahl der Trigger, die zum Starten der Messung benötigt werden

**Tabelle 3.1: Parameter der Klasse `daq.ni.Session` mit Wertebereich und Erläuterungen.** Die Einstellung erfolgt über `Session.Parameter=Wert`. Zum Teil werden beim Ändern eines Parameters auch andere geändert.

\*Es erscheint eine Warnung, wenn dieses Event häufiger als 20 Mal pro Sekunde auftritt.

Nach der Konfiguration kann die Session in zwei verschiedenen Modi gestartet werden. Beim Starten mit

```
[DATA, TIMESTAMPS, TRIGGERTIME] = S.startForeground;
```

im Vordergrund wird die Ausführung jeglicher Matlab-Befehle unterbrochen, bis die Datennahme beendet ist. Die aufgenommenen Daten aller hinzugefügten Kanäle werden im Anschluss in der Variable `DATA` in Form eines Arrays gespeichert. Zusätzlich können auch die Zeitstempel der aufgenommenen Datenpunkte relativ zum Startzeitpunkt `TRIGGERTIME` gespeichert werden. Für das Starten der Session im Hintergrund (`S.startBackground`) muss zuvor ein „listener“ erstellt werden. In diesem wird festgelegt, was beim Auftreten des Events „DataAvailable“ geschieht, um die gewonnenen Daten im Hintergrund zu verarbeiten und parallel weitere Daten aufzunehmen. Dies geschieht durch einen Aufruf der Methode

```
S.addlistener('DataAvailable', CALLBACK);
```

wobei `CALLBACK` die auszuführende Aktion ist. Ein zusammenhängendes Beispielprogramm für die Datenaufnahme ist in [Programmcode 3.1](#) aufgeführt. Ein ausführlicheres Programm zur simultanen Datennahme, Umrechnung und Anzeige von drei Seismometerkanälen findet sich im [Anhang A](#) in [Programmcode A.1](#).

---

```

1 % erstelle Session:
2 s = daq.createSession('ni');
3 % füge Kanal hinzu:
4 s.addAnalogInputChannel('dev1', 'ai0', 'Voltage');
5
6 % Einstellungen:
7 s.Channels(1).Range = [-1,1];      % Messbereich
8 s.DurationInSeconds = 1;          % Messdauer
9 s.Rate = 1e3;                      % Samplingrate
10
11 % Starten der Session
12 data = s.startForeground;
13
14 % Plot der gewonnenen Daten
15 t = linspace(0, s.DurationInSeconds, ...
16     s.DurationInSeconds*s.Rate);
17 plot(t, data);
18 xlabel('time [s]');
19 ylabel('Voltage');
```

---

**Programmcode 3.1: Beispielprogramm zur Datenaufnahme.** Nach dem Erstellen der Session und dem Hinzufügen eines Eingangskanals wird die Session konfiguriert und gestartet. Werden mehrere Kanäle hinzugefügt, können für diese individuell mit `s.Channels(i)` Einstellungen vorgenommen werden. Die Rückgabe von `s.startForeground` ist ein  $m \times n$ -Array, wobei  $n$  die Anzahl der Kanäle und  $m$  die Anzahl der Datenpunkte pro Kanal ist.

## 3.2 Ausgabe von Signalen

Für die Ausgabe von Signalen mit Hilfe von Matlab und der „Data Acquisition Toolbox“ muss zunächst wie in [Abschnitt 3.1](#) beschrieben eine Session erstellt werden. Anschließend können Ausgabekanäle mit

```
S.addAnalogOutputChannel(deviceID, channelID, 'Voltage');
```

hinzugefügt werden. Die Dauer der Session wird nach Hinzufügen eines Ausgangskanals durch die Samplingrate und die Länge der Ausgangsdaten festgelegt, die mit dem Befehl

```
S.queueOutputData(DATA);
```

angehängt werden. Anschließend kann die Session wie oben beschrieben gestartet werden. Möchte man kontinuierlich Daten ausgeben, so ist es notwendig, einen Listener für das Event „DataRequired“ zu erstellen, der bei Bedarf neue Daten anhängt.

---

```
1 % erstelle Session:
2 s = daq.createSession('ni');
3 % füge Kanal hinzu:
4 s.addAnalogOutputChannel('dev1', 'ao0', 'Voltage');
5
6 % Erstelle Signal (100Hz, 1s Dauer)
7 Freq = 100;
8 signal = sin( 2*pi*Freq*(0:1/s.Rate:1) );
9
10 s.queueOutputData(signal);
11 s.startForeground;
```

---

**Programmcode 3.2: Beispielprogramm zur Datenausgabe.** Nach dem Erstellen und Konfigurieren der Session müssen vor dem Starten Daten zur Ausgabe eingereicht werden. Die Dauer der Ausgabe richtet sich dabei nach der Länge der eingereichten Daten, nach der vollständigen Ausgabe wird die Session automatisch gestoppt. Die eingereichten Daten müssen in Form eines  $m \times n$ -Arrays übergeben werden, wobei  $n$  die Anzahl der Kanäle und  $m$  die Anzahl der Samples im Signal ist.

## 3.3 Digitale Signale und Trigger

Für die Aufnahme und Ausgabe von digitalen Signalen müssen Digitalkanäle der Datenerfassungskarte hinzugefügt werden. Diese fungieren im Gegensatz zu den analogen Kanälen sowohl als Eingangs- und Ausgabekanäle. Je nach Anwendung kann beim Hinzufügen des Kanals ausgewählt werden, ob der Kanal als Eingang, Ausgang oder Bidirektional genutzt wird. Dies geschieht über den Befehl

```
s.addDigitalChannel(deviceID, channelID, measurementType);
```

wobei `measurementType` entsprechend mit `'InputOnly'`, `'OutputOnly'` beziehungsweise `'Bidirectional'` zu ersetzen ist. Die Kanalidentifikation setzt sich aus der Port- und Line-Nummer des Kanals zusammen und lautet beispielsweise `'Port0/Line0'`. Im Anschluss können wie beim Verfahren mit analogen Kanälen Daten eingereicht und ausgegeben oder aufgenommen werden.

Um den Beginn der Datennahme von einem externen Gerät zu steuern, kann ein digitales Triggersignal verwendet werden. Hierzu dient eine steigende Flanke eines digitalen Signals, das bei der verwendeten Datennahmekarte an einen der sogenannten „Programmable Function Interface“ (PFI) Kanäle angeschlossen wird. Diese sind Teil des Counter/Timer Subsystems der Datennahmekarte, auf das mit Hilfe des Session-Interfaces der „Data Acquisition Toolbox“ zugegriffen werden kann. Ein Externer Starttrigger für die Session `s` wird mit

```
s.addTriggerConnection('External', 'dev1/PFI0', ...
    'StartTrigger');
```

für den Kanal PFI0 der Karte `dev1` konfiguriert. Wird anschließend die Session gestartet, wird sie zunächst in einen Bereitschaftszustand versetzt und die Datennahme wird gestartet, sobald der Zustand des Trigger-Kanals von 0 auf 1 wechselt. Soll nach dem Aktivieren der Session nur eine begrenzte Zeit auf den Trigger gewartet werden, kann dies mit der Variable `s.ExternalTriggerTimeout` eingestellt werden. Zudem ist es auch möglich, dass die Messung erst nach dem Auftreten einer bestimmten Anzahl von steigenden Flanken am Trigger-Kanal gestartet wird (siehe auch [Tabelle 3.1](#)). Ein Beispielprogramm, das die beschriebenen Befehle verwendet, ist in [Programmcode 3.3](#) aufgeführt.

---

```
1 % Session erstellen:
2 s = daq.createSession('ni');
3 % Kanäle hinzufügen:
4 s.addDigitalChannel('dev1', 'port0/line0', 'InputOnly');
5 s.addDigitalChannel('dev1', 'port0/line1', 'OutputOnly');
6 % Trigger hinzufügen:
7 s.addTriggerConnection('External', 'dev1/PFI0', ...
    'StartTrigger');
8 % Daten generieren und einreihen
9 OutData = randi([0 1], 1e3, 1);
10 s.queueOutputData(OutData);
11
12 % Session starten
13 InData = s.startForeground;
```

---

**Programmcode 3.3: Beispielprogramm für digitale Daten und Trigger.** Es werden zwei Digitalkanäle verwendet, einer für die Ausgabe eines Signals (zufällig 0 oder 1) und einer für die Aufnahme. Zusätzlich wird ein externer Trigger verwendet, wodurch Datennahme und -ausgabe erst startet, wenn ein Triggersignal empfangen wird.

## 3.4 Speichern von Daten in Matlab

In Matlab gibt es verschiedene Möglichkeiten, Datensätze für die spätere Verwendung abzuspeichern. Da bei der Aufnahme von Seismometerdaten große Mengen an Daten auftreten können, sollen in diesem Abschnitt verschiedene Möglichkeiten der Datenspeicherung betrachtet werden.

### 3.4.1 Der save-Befehl

Die einfachste Möglichkeit mit Matlab Daten zu speichern ist der Befehl

```
save(FILENAME, VARIABLES);
```

Diesem werden der Dateiname der Zielfile und eine Liste von Variablen in Form von Strings übergeben. Die ausgewählten Variablen werden in der entsprechenden Datei gespeichert und können anschließend mit dem Befehl `load(FILENAME)` in den Matlab-Arbeitsspeicher geladen werden. Da die Variablen im Matlab-eigenen Format `*.mat` gespeichert werden, können Arrays beliebig viele Dimensionen besitzen und werden immer so geladen, wie sie gespeichert wurden. Allerdings ist es auf diese Weise nicht möglich, die Daten stückweise zu schreiben. Dies ist jedoch notwendig, wenn Daten parallel aufgenommen und abgespeichert werden sollen.

### 3.4.2 Speichern als Text

Eine weitere Möglichkeit Daten zu speichern ist in eine Text-Datei. Dies geschieht mit den Befehlen

```
fid = fopen(FILENAME, 'w');  
fprintf(fid, FORMAT, DATA);  
fclose(fid);
```

Dazu wird zunächst die Zielfile mit Schreibzugriff (Parameter `'w'`) geöffnet und ein sogenannter „file identifier“ (`fid`) erzeugt. Anschließend werden die Daten geschrieben und zum Schluss die Datei geschlossen. Durch den String `FORMAT` wird das Zahlenformat festgelegt; zum Beispiel die Anzahl der Zeichen pro Datenpunkt, die Anzahl der Nachkommastellen und ob die Speicherung in Exponentialdarstellung erfolgt. Die so erzeugte Datei kann mit beliebigen Texteditoren gelesen und leicht in andere Programme importiert werden. Zudem ist es möglich, die Datei Abschnittsweise zu schreiben oder zu erweitern, ohne dass der schon vorhandene Teil der Daten in den Matlab-Arbeitsspeicher geladen werden muss. Daher kann mit dieser Methode eine kontinuierliche Aufnahme und Speicherung von Daten ermöglicht werden. Auch Zusatzinformationen wie zum Beispiel die Größe des Arrays können leicht lesbar in der Textdatei gespeichert werden. Die Arraygröße der gespeicherten Daten kann ebenso über die Formatierung der Textdatei kenntlich gemacht werden. Allerdings wird durch das Speichern in Text-Format mehr Speicherplatz als nötig in Anspruch genommen. Pro Zeichen sind üblicherweise 8 Bit = 1 Byte für die Kodierung von 256 verschiedenen Zeichen notwendig, von denen lediglich

ein Bruchteil für die Darstellung von Zahlen benötigt wird. Daher ist die Speicherung in Textform in Effizienz immer der in Binärform unterlegen.

### 3.4.3 Speichern von Binärdaten

Das Speichern in Binärformat erfolgt in Matlab sehr ähnlich zu dem in Textformat. Es besteht ebenso aus den drei Schritten öffnen, schreiben und schließen der Datei:

```
fid = fopen(FILENAME, 'w');
fwrite(fid, DATA, PRECISION);
fclose(fid);
```

Der Parameter `PRECISION` legt fest, mit welcher Präzision die Zahlen gespeichert werden und ist im Fall von Gleitkommazahlen entsprechend mit `'float32'` bzw. `'float64'` zu ersetzen. Diese Methode zeichnet sich durch eine hohe Geschwindigkeit zusammen mit geringem Speicheraufwand aus. Zudem ist es wie bei der Text-Datei möglich, die Daten abschnittsweise zu schreiben. Da die Daten hier jedoch unformatiert gespeichert werden, liegt keine Information über die Dimensionen des ursprünglichen Datensatzes vor. Dieses Problem kann jedoch umgangen werden, indem eine zusätzliche Datei mit diesen Informationen angelegt wird, welche vor dem Einlesen der Binärdatei ausgewertet wird. Ein Vergleich der beschriebenen Methoden bezüglich Speicheraufwand und benötigter Zeit ist in [Tabelle 3.2](#) aufgeführt. Dazu wurden  $10^6$  Zufallszahlen erzeugt, diese mit den verschiedenen Methoden gespeichert und gleichzeitig die dafür benötigte Zeit gemessen. Dies wurde  $10^3$  mal wiederholt und die Mittelwerte wurden berechnet. Die angegebenen Zeiten dienen lediglich zum Vergleich untereinander, da sie abhängig von der Prozessor- und Schreibgeschwindigkeit der verwendeten Hardware sind. Der Quellcode für die Zeitmessung ist in [Programmcode A.2](#) in [Anhang A](#) aufgeführt.

Format	Speicherbedarf	Zeit
Matlab	7 705 252 Byte	0.4305 s
Text	13 500 192 Byte	1.5737 s
Binär	8 000 000 Byte	0.0145 s

**Tabelle 3.2: Vergleich der Effizienz verschiedener Speichermethoden.** Der Test wurde mit einem eindimensionalen Array von  $10^6$  Zufallszahlen durchgeführt. Die angegebenen Zeiten sind Mittelwerte aus  $10^3$  Schreibvorgängen. Sie bilden keine absoluten Angaben, da sie abhängig von der verwendeten Hardware sind. Als Textformat wurde die Exponentialdarstellung mit 12 Zeichen pro Zahl verwendet, als Binärformat wurde „float64“ (64 Bit/Zahl) genutzt. Die alternative „float32“ würde entsprechend die Hälfte des Speicherplatzes in Anspruch nehmen. Der Quellcode für die Zeitmessung ist in [Programmcode A.2](#) aufgeführt.



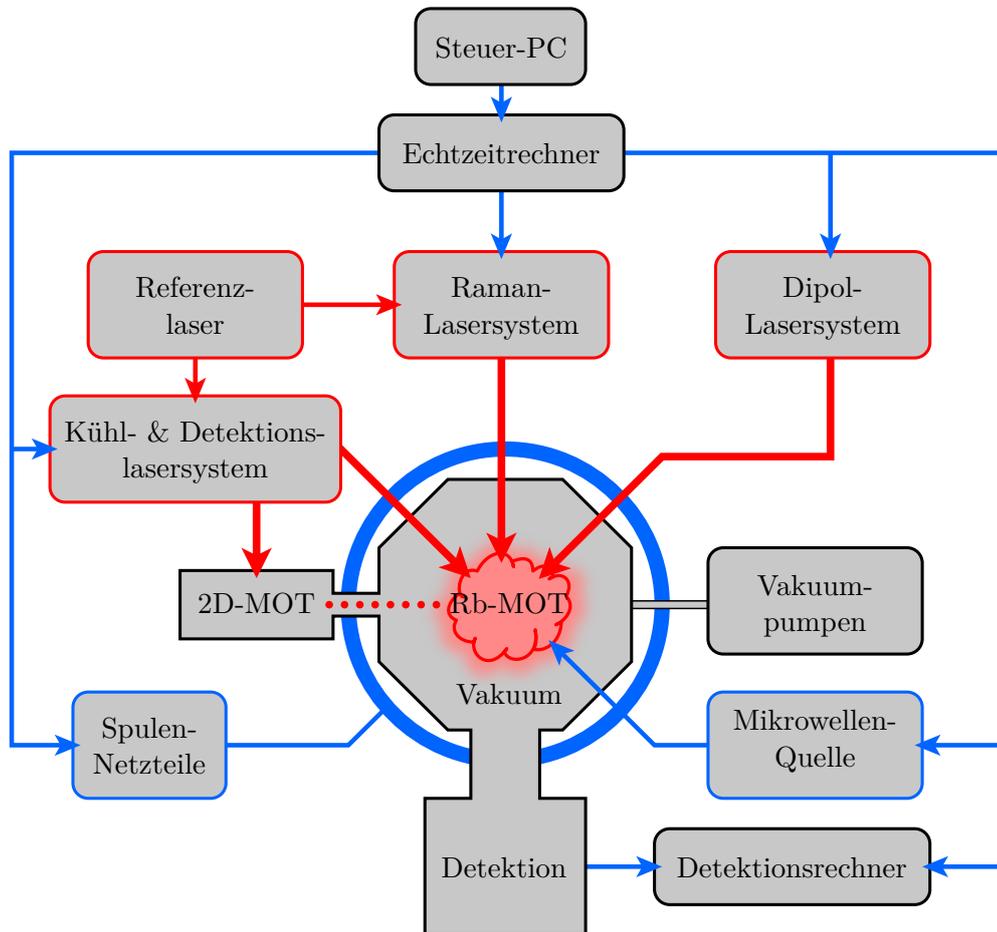
## 4 Experimenteller Aufbau

Das Atom-Gravimeter, an dem im Rahmen dieser Arbeit gearbeitet wurde, nutzt Atominterferometrie, um die Beschleunigung von frei fallenden Atomen aufgrund der Gravitation wie in [Kapitel 2](#) beschrieben zu messen. Für die Atominterferometrie können im vorhandenen Aufbau sowohl  $^{87}\text{Rb}$  als auch  $^{39}\text{K}$  verwendet werden. Durch eine gleichzeitige Messung der Beschleunigung mit beiden Spezies kann ein Test der Universalität des freien Falls durchgeführt werden [\[33\]](#). Da im Rahmen dieser Arbeit jedoch die Anwendung als mobiles Atom-Gravimeter im Fokus steht, wird im Folgenden nur der Teil des Systems für die Arbeit mit  $^{87}\text{Rb}$  betrachtet. Der dazu verwendete Aufbau ist als Blockdiagramm in [Abbildung 4.1](#) dargestellt. Im Folgenden werden zunächst das für die Interferometrie notwendige Vakuum- und Lasersystem sowie die vorhandene Dipolfalle beschrieben. Anschließend wird in [Abschnitt 4.4](#) und [Abschnitt 4.5](#) auf die Funktionsweise von Vibrationsisolierungen bzw. Inertialsensoren eingegangen. Eine detailliertere Beschreibung des Systems findet sich in [\[16\]](#).

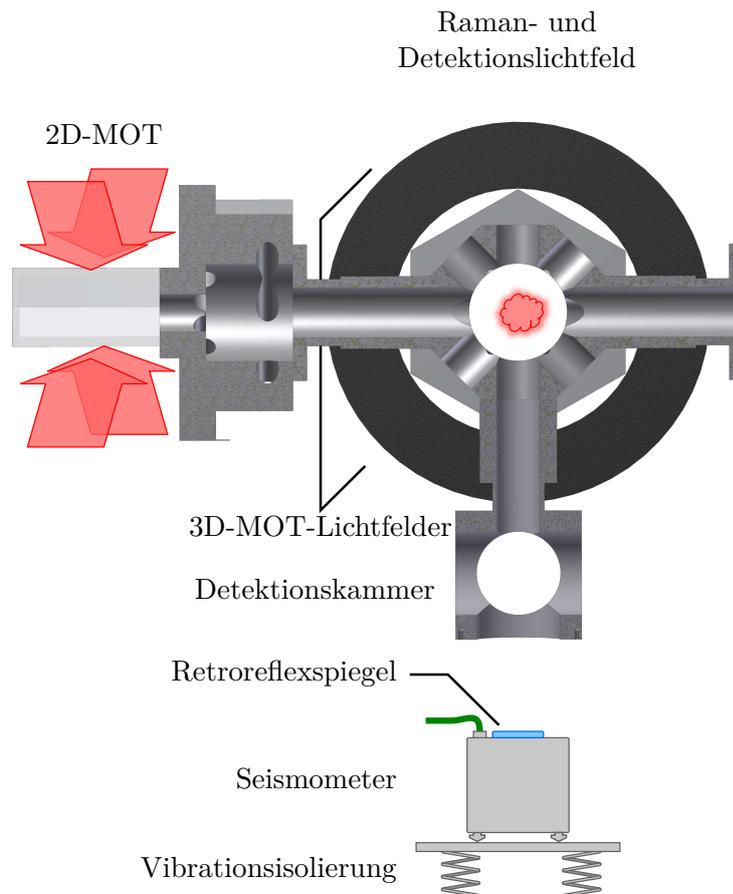
### 4.1 Vakuumsystem und magnetooptische Falle

Das Herzstück des Atom-Gravimeters bildet das Vakuum-System, das im Querschnitt in [Abbildung 4.2](#) abgebildet ist. Es besteht aus einer zweiteiligen Aluminiumkammer (Fallen- und Detektionskammer), an die mit CF40-Kupferdichtungen eine Ion-Getter-Pumpe und eine Titan-Sublimations-Pumpe angeschlossen sind. Diese halten den Druck in der Kammer im Bereich von  $10^{-10}$  mbar. Die optischen Zugänge sowie die 2D-Kammer sind mittels Indiumdichtungen mit der Kammer verbunden. Zunächst werden die  $^{87}\text{Rb}$ -Atome in der 2D-magnetooptischen Falle (*magneto optical trap*, MOT) in zwei Raumrichtungen gefangen und gekühlt. Dadurch wird ein Atomstrahl in Richtung Fallenzentrum der 3D-MOT geformt, durch den diese in 0,5 s mit ca.  $5 \cdot 10^8$  Atomen beladen wird. Eine magnetooptische Falle besteht aus einem Quadrupolmagnetfeld sowie zum Kühlübergang rotverstimmten Laserstrahlen aus sechs Raumrichtungen [\[34\]](#). Zusammen bewirken diese über die spontane Lichtkraft eine rücktreibende Kraft ins Fallenzentrum. Zusätzlich sorgt die Dopplerverschiebung für eine höhere Absorptionsrate aus dem der Bewegungsrichtung eines Atoms entgegen gerichteten Strahl. Dies bewirkt mit dem entsprechenden Impulsübertrag eine Verringerung der Bewegungsenergie der Atome und damit der Temperatur. Das dazu benötigte Licht wird mit Lichtleiterfasern vom Lasersystem zur Vakuumkammer geführt. Die Strahlen mit einem  $1/e^2$ -Durchmesser von 28 mm werden von mit der Vakuumkammer verschraubten Teleskopen geformt [\[16\]](#).

Die Atome in der magnetooptischen Falle werden anschließend durch Sub-Doppler-Kühlen weiter gekühlt [\[35\]](#) und können in eine horizontale Dipolfalle umgeladen werden.



**Abbildung 4.1: Blockdiagramm des Atom-Gravimeters.** Von einem Steuer-PC aus wird der zeitliche Ablauf des Experiments festgelegt und dieser an einen Echtzeitrechner übertragen. Dieser steuert über verschiedene Schnittstellen (u.a. Digital-Analog-Karten) die Lasersysteme (rot) und elektrischen Komponenten (blau) sowie den Detektionsrechner. Die entsprechenden elektrischen Verbindungen sind hier in blau und die optischen Verbindungen in rot dargestellt.



**Abbildung 4.2: Querschnittsansicht der Vakuumschicht.** Dargestellt ist der 2D-MOT-Bereich mit der Verbindung zur Hauptkammer. Das Vakuumschicht an der rechten Bildseite stellt die Verbindung zu den Vakuumpumpen her. Eingezeichnet sind auch die diagonalen MOT-Lichtfelder, das dritte Strahlenpaar verläuft hier senkrecht zur Bildebene. Die vertikal von oben eingestrahlten Raman- und Detektionslichtfelder werden von einem Spiegel unterhalb der Vakuumschicht auf einer Vibrationsisolierung reflektiert.

Außerdem steht ein Mikrowellensender für die Präparation der  $^{87}\text{Rb}$ -Atome im magnetisch insensitiven  $m_F = 0$  Unterzustand des Grundzustands zur Verfügung. Werden die Atome frei gelassen, fallen sie aufgrund der Erdbeschleunigung etwa 22 cm nach unten in die Detektionskammer. Während des freien Falls findet die Interferometrie statt. Das dazu benötigte Raman-Lichtfeld wird senkrecht von oben eingestrahlt und unterhalb der Kammer an einem Spiegel zurückreflektiert. So werden die für die Interferometrie benötigten kontrapropagierenden Lichtfelder mit dem Retroreflexspiegel als Referenzfläche zur Verfügung gestellt (siehe [Abschnitt 2.1](#)). Für die zustandsselektive Detektion wird ebenfalls vertikal ein resonantes Lichtfeld eingestrahlt. Die Atome werden hierdurch angeregt und das Fluoreszenzlicht der Atome wird mit einer an der Detektionskammer angebrachten Photodiode aufgenommen.

## 4.2 Rb-Lasersystem

An dieser Stelle soll kurz das Lasersystem für das Fangen, Kühlen und die Interferometrie mit  $^{87}\text{Rb}$  vorgestellt werden. Eine genauere Beschreibung der Lasersysteme findet sich in [16].

Das Lasersystem für  $^{87}\text{Rb}$  besteht im Wesentlichen aus drei Untersystemen: Dem Referenzlasermodul, dem Kühllasersystem und dem Raman-Lasersystem. Diese liefern das benötigte Licht bei einer Wellenlänge von ca. 780 nm. Als Referenzlaser wird ein Diodenlaser mit externem Resonator (*external cavity diode laser*, ECDL) verwendet [36], der mit Hilfe einer Spektroskopie in einer Rubidiumgaszelle auf den sogenannten Crossover-Übergang  $5^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F = 2, 3$  stabilisiert wird. Das Licht des Referenzlasers wird mit optischen Fasern zum Kühl- und Raman-System geleitet. Diese werden mit Hilfe von Radiofrequenz-Synthesizern auf den Referenzlaser stabilisiert.

Das Kühllasersystem besteht aus einem Kühl- und einem Rückpumpplaser (ebenfalls ECDL), welche die Übergänge  $5^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F = 3$  bzw.  $5^2S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5^2P_{3/2}, F = 2$  treiben. Der Kühllaser wird mit einem Trapezverstärker verstärkt. Anschließend werden die beiden Lichtfelder überlagert, für die verschiedenen Anwendungen auf optische Fasern aufgeteilt und zur Vakuumkammer geführt. Es stehen für die 3D-MOT 25 mW und für die 2D-MOT 45 mW Lichtleistung jeweils pro Strahl zur Verfügung. In den Strahlengängen befinden sich zusätzlich akustooptische Modulatoren, um die Lichtfelder in ihrer Frequenz zu manipulieren.

Das Raman-Lasersystem besteht aus zwei Lasern, die aufeinander phasenstabilisiert sind und eine Frequenzdifferenz von 6,8 GHz aufweisen, was der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands von  $^{87}\text{Rb}$  entspricht. Beide Laser sind rotverstimmt gegenüber dem Übergang  $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$  und stellen somit die benötigten Lichtfelder für den Raman-Übergang zur Verfügung. Die Leistung in beiden Lichtfeldern wird ebenfalls mit Trapezverstärkern erhöht, bevor sie überlagert durch eine Faser zur Vakuumkammer geführt werden. Insgesamt stehen ca. 120 mW an Raman-Lichtleistung zur Verfügung.

## 4.3 Dipolfalle

Im vorhandenen Aufbau steht eine fernresonante Dipolfalle zur Verfügung [37]. Sie besteht aus einem Strahl fernresonanten Lichts hoher Leistung. Dies sorgt für eine intensitätsabhängige Verschiebung der internen Energieniveaus der Atome, die sogenannte AC-Stark-Verschiebung. Ist das Lichtfeld stark rotverstimmt, werden die Energieniveaus bei höherer Intensität stärker abgesenkt und daher wirkt eine Kraft in Richtung höherer Intensität. In radialer Richtung werden die Atome durch das gaußförmige Strahlprofil eingeschlossen, zudem kann durch Fokussieren des Strahls auch ein Einschluss in axialer Richtung gewährleistet werden.

Die Dipolfalle im vorhandenen Aufbau wird mit einem kommerziellen Faserlaser (TLR-50-1960-LP, IPG Photonics) betrieben. Dieser hat eine maximale Ausgangsleistung von 60 W bei einer Wellenlänge von 1960 nm. Die Ausgangsleistung wird durch einen Regelkreis basierend auf einer Pockelszelle bei ca. 10 W stabilisiert [38]. Dieser beinhal-

tet eine digitale Regelung durch ein FPGA (*field programmable gate array*), das auch eine zeitliche Kontrolle der Laserleistung ermöglicht. Es lassen sich beispielsweise lineare Rampen und Stufen realisieren. Das Laserlicht wird nach der Leistungsstabilisierung mittels Freistrahloptik im Zentrum der Vakuumkammer fokussiert und bildet dort ein dreidimensionales attraktives Potential, in dem die Atome aus der magnetooptischen Falle gefangen werden können. Durch Verringern der Laserleistung können die Atome auch evaporativ gekühlt werden.

## 4.4 Vibrationsisolierung

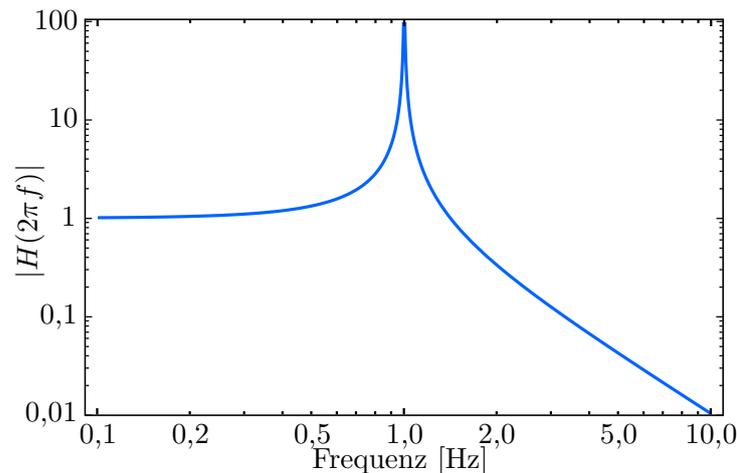
Für die Entkopplung des Retroreflexspiegels, der als Referenzfläche für die Atominterferometrie dient, vom seismischen und akustischen Rauschen der Laborumgebung wird eine passive Vibrationsisolierung verwendet. Diese besteht aus einer Kombination von mechanischen Systemen zur Entkopplung von horizontalen, vertikalen und Kippschwingungen der Umgebung. Allgemein lässt sich ein harmonischer Oszillator zur Entkopplung von Schwingungen der Umgebung verwenden [21]. Die Bewegung einer an einer Feder aufgehängten Masse hängt von der Anregungsfrequenz und der Eigenfrequenz des Systems ab. Sie wird durch die Transferfunktion des getriebenen harmonischen Oszillators

$$H(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (4.1)$$

beschrieben, wobei  $\omega_0$  die Eigenkreisfrequenz des Oszillators ist. Der Betrag der Transferfunktion ist in [Abbildung 4.3](#) dargestellt. Ist die anregende Frequenz höher als die Eigenfrequenz, so ist die Masse an der Feder zu träge, um der Bewegung vollständig zu folgen. Die Auslenkung der Masse ist folglich kleiner als die Anregung und die Schwingung wird unterdrückt. Je niedriger dabei die Eigenfrequenz des Systems ist, desto größer ist die Unterdrückung. Nach diesem Prinzip arbeiten passive Vibrationsisolierungen, jedoch mit weit ausgefeilteren mechanischen Konfigurationen.

Für die Entkopplung der horizontalen Bewegung wird bei der verwendeten Vibrationsisolierung ein sogenanntes invertiertes Pendel verwendet. Dieses ist schematisch in [Abbildung 4.4a](#) gezeigt. Es besteht aus einem festen Bein, das die Masse trägt zusammen mit einer Feder, die eine Rückstellkraft bewirkt. Steht das Bein senkrecht, so ist das System kräftefrei und befindet sich in der Ruhelage. Ohne die Rückstellkraft der Feder würde es sich in einem instabilen Gleichgewicht befinden und bei leichter Auslenkung durch die Gravitation eine zusätzliche aus der Ruhelage auslenkende Kraft erfahren. Durch eine geeignete Wahl der Federkonstanten kann das System so eingestellt werden, dass es eine kleine rücktreibende Kraft in Richtung der Ruhelage erfährt. Dies führt zu einer sehr kleinen effektiven Federkonstante, woraus eine niedrige Eigenfrequenz resultiert.

Um die vertikale Entkopplung zu realisieren, wird die Masse mit einer Feder unterstützt. Da diese das Gewicht der Masse gegen die Gravitation halten muss, kann diese Feder nicht beliebig weich sein und hat dementsprechend eine hohe Federkonstante. Um

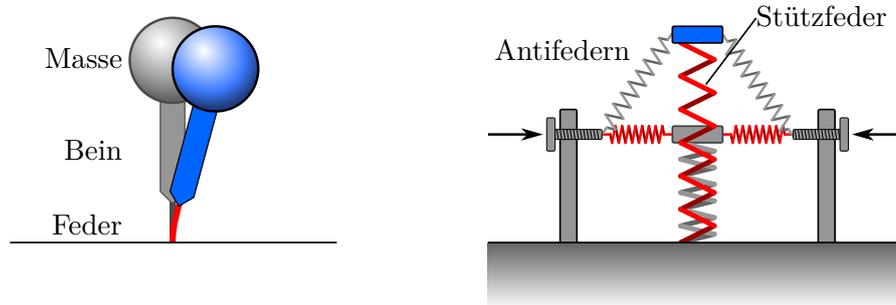


**Abbildung 4.3: Transferfunktion eines harmonischen Oszillators (4.1).** Als Resonanzfrequenz wurde hier 1 Hz angenommen. Bei einer treibenden Frequenz viel kleiner als der Resonanzfrequenz folgt der Oszillator der Bewegung, die Transferfunktion ist eins. Bei Frequenzen größer als die Resonanz nimmt die Transferfunktion proportional zu  $1/f^2$  ab und Schwingungen werden unterdrückt. Beim Treiben genau auf der Resonanzfrequenz divergiert die Amplitude, es tritt die Resonanzkatastrophe ein.

die Federkonstante zu verringern, werden zusätzliche Federn horizontal angebracht. Werden diese gespannt, üben sie in der Ruhelage keine Kraft aus. Bei Auslenkung sorgen sie jedoch für eine zusätzliche auslenkende Kraft (Prinzip der Antifeder). Eine entsprechende Konfiguration ist in [Abbildung 4.4b](#) abgebildet. Durch die Spannung der Antifedern kann das System so angepasst werden, dass es eine Federkonstante sehr nahe an null und somit eine sehr niedrige Resonanzfrequenz besitzt.

Um die Plattform der Vibrationsisolierung von Kippschwingungen zu isolieren, wird diese nur in der Mitte auf einer Gummimatte gelagert. Auf diese einfache Art überträgt sich eine Kippschwingung des Untergrunds nur stark verringert auf die Plattform. Durch Kombination dieser Techniken erreicht die verwendete Vibrationsisolierung *minus-k* BM-1 eine Eigenfrequenz von 0.5 Hz. Sie ist schematisch zusammen mit der Nutzlast in [Abbildung 4.5](#) abgebildet.

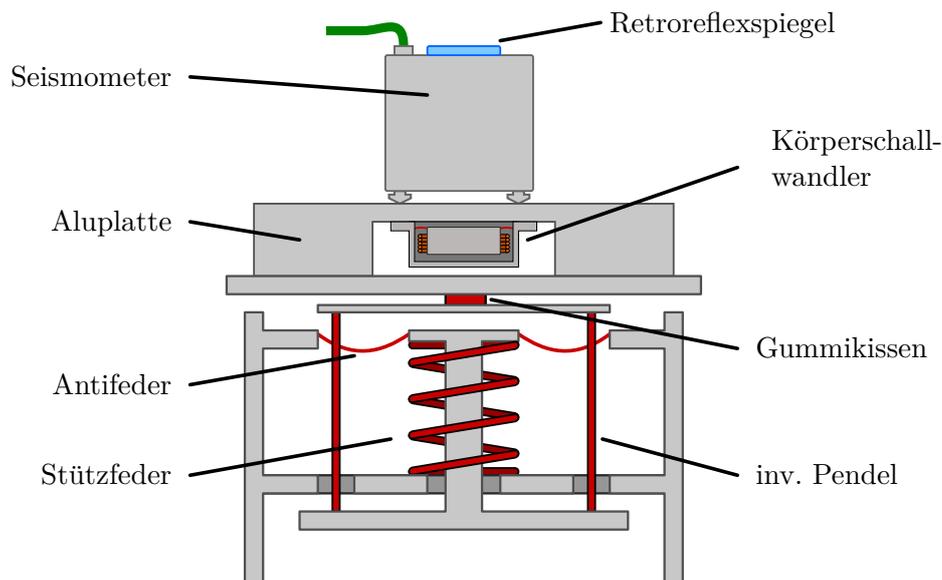
Auf der Vibrationsisolierung befindet sich eine Aluminiumplatte als Ausgleichsmasse. Unter dieser ist ein Körperschallwandler angebracht, der zur kontrollierten Erzeugung von Vibrationen dient. Dieser besitzt eine federnd aufgehängte Masse, die ähnlich wie in einem Lautsprecher elektromagnetisch zum Schwingen angeregt wird. Der Körperschallwandler wird über einen HiFi-Verstärker von einem PC mit Digital-Analog-Karte angesteuert. Dieses Konzept wurde auch im Rahmen dieser Arbeit untersucht und die Ergebnisse finden sich in [Abschnitt 5.4](#). Auf der Aluminiumplattform befindet sich ein Seismometer (*Güralp* CMG-40T), das die Restbewegung des darauf befindlichen Retroreflexspiegels misst. Die Funktion des Seismometers und anderer Sensoren zur Messung von Vibrationen findet sich im [Abschnitt 4.5](#). Das Signal des Seismometers wird anschließend verwendet, um eine Korrekturphase für das Interferometer zu berechnen, was detailliert in [Kapitel 5](#) behandelt wird. Zusätzlich befindet sich um die Vibrationsisolierung mit



(a) invertiertes Pendel

(b) Feder-Antifeder-Konfiguration

**Abbildung 4.4: Vorrichtungen zur horizontalen (a) und vertikalen (b) Vibrationsisolierung.** In (a) sorgt die Feder für eine Rückstellkraft und die Gravitation bei Auslenkung für eine zusätzliche aus der Ruhelage (grau) auslenkende Kraft, was die effektive Federkonstante verringert. Nach einem ähnlichen Prinzip arbeitet die Feder-Antifeder-Konfiguration (b). Die Masse wird hier von einer Stützfeder in der Ruhelage gehalten. Durch das Spannen der Antifedern, die so zusätzlich für eine auslenkende Kraft sorgen, kann die effektive Federkonstante auf nahezu null reduziert werden. Die Ruhelage ist hier durch die Masse in grau, für den ausgelenkten Fall in blau dargestellt. Gespannte bzw. gestreckte Federn sind in rot gekennzeichnet. Basierend auf [21]



**Abbildung 4.5: Vibrationsisolierung mit Nutzlast.** Der Aufbau der Minus-K-Vibrationsisolierung ist hier stark vereinfacht dargestellt. Sie besteht aus einer Feder-Antifeder-Kombination zur Unterdrückung von vertikalen Vibrationen, invertierten Pendeln zur Reduktion horizontaler Vibrationen und einem Gummikissen zur Unterdrückung von Kipp-Schwingungen. Als Ausgleichsmasse wird eine Aluminiumplatte verwendet, unter der ein Körperschallwandler zur kontrollierten Erzeugung von Vibrationen befestigt ist. Darauf befindet sich das Seismometer mit dem Retroreflexspiegel. Basierend auf [39]

dem Seismometer herum eine mit Schaumstoff ausgekleidete Box zur akustischen Abschirmung.

## 4.5 Sensoren zur Messung von Vibrationen

Inertialsensoren besitzen meist einen Aufbau ähnlich dem von Vibrationsisolierungen. Sie bestehen aus einer Testmasse, die mit einer schwachen Feder an die Umgebung beziehungsweise an das Gehäuse gekoppelt ist [40]. Für Schwingungen oberhalb der Eigenfrequenz des Systems folgt die Testmasse wie bei der Vibrationsisolierung nicht der Schwingung des Gehäuses. Über eine Messung des Abstands zwischen Gehäuse und Testmasse kann auf die Bewegung des Gehäuses rückgeschlossen werden. Da sich diese Systeme jedoch nur für einen kleinen Bereich linear verhalten und zudem bei großer Auslenkung die Testmasse mit dem Gehäuse kollidieren oder die haltenden Federn beschädigt werden können, wird häufig ein Regelkreis mit einem Rückstellmechanismus verwendet, der die Testmasse in der Ruhelage hält. Abhängig von der elektrischen Signalverarbeitung ist das Ausgangssignal für einen bestimmten Frequenzbereich entweder proportional zur Geschwindigkeit oder der Beschleunigung der Umgebung und wird dementsprechend als Seismometer bzw. Accelerometer bezeichnet.

Es existieren für verschiedene Anwendungen optimierte Vibrationssensoren. Sie reichen von hochempfindlichen Breitband-Seismometer wie dem **Streckeisen STS-2** für die Seismologie bis zu mikroelektromechanischen Systemen (MEMS) beispielsweise für mobile Anwendungen in Kameras und Smartphones. Zur Analyse der Restvibrationen auf der Vibrationsisolierung wurde hier das Breitband-Seismometer **Güralp CMG-40T** mit einer Sensitivität von  $800 \text{ V}/(\text{m}/\text{s})$  und einem linearen Bereich von 30 mHz bis 50 Hz verwendet. Die Verwendung eines Seismometers ist hier von Vorteil, da diese im niedrigen Frequenzbereich ( $< 50 \text{ Hz}$ ) sensitiv sind. Dies ist notwendig, da Störungen bei diesen Frequenzen vom Atominterferometer kaum unterdrückt werden (siehe [Abschnitt 2.3](#)) und somit eine Korrektur notwendig ist. Die numerische Datenverarbeitung und Korrelation mit dem Signal des Atominterferometers finden sich in [Kapitel 5](#).

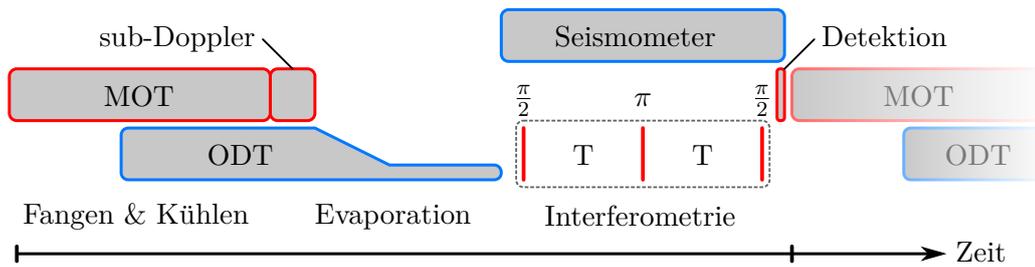
# 5 Korrelation von Seismometerdaten mit einem Atominterferometer

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der Kompensation von seismischem Rauschen in einem Atominterferometer dargestellt werden. Hierzu wird in [Abschnitt 5.1](#) zunächst auf die Datennahme und die Synchronisation mit dem Atominterferometer eingegangen. In [Abschnitt 5.2](#) werden verschiedene Implementierungen der Berechnung der Korrekturphase vorgestellt und verglichen. In [Abschnitt 5.3](#) wird anschließend die Korrelation der berechneten Korrekturphasen mit dem Atominterferometer analysiert. In [Abschnitt 5.4](#) wird die Simulation verschiedener Vibrationsumgebungen untersucht.

## 5.1 Datennahme und Synchronisation

Bei den verwendeten Messungen wurden die Atome aus der magneetooptischen Falle zunächst in die Dipolfalle transferiert und hier durch Absenken der Falltiefe evaporativ auf ca.  $3 \mu\text{K}$  gekühlt. Nach dem Abschalten der Dipolfalle wurden im Abstand von 80 ms die Raman-Pulse für die Interferometrie eingestrahlt. Die Pulsdauern betragen  $13,75 \mu\text{s}$  für die  $\pi/2$ -Pulse und  $27,5 \mu\text{s}$  für den  $\pi$ -Puls. Der zeitliche Ablauf des verwendeten Experimentzyklus ist schematisch in [Abbildung 5.1](#) dargestellt. Für jeden Interferometriezyklus wurde die Phase des Atominterferometers gemäß (2.39) in konstanten Schritten über mehrere Perioden verändert, indem die Änderungsrate  $\alpha$  in Schritten von 15 Hz/s erhöht wurde. Dadurch überdecken elf Datenpunkte etwa eine Periode des Interferenzmusters. Am Schluss jeder Sequenz wird die relative Besetzung des angeregten Zustands durch zustandsselektive Fluoreszenzdetektion ermittelt und diese gespeichert.

Die Ansteuerung der Datennahmehardware für das Seismometer erfolgt mit den in [Kapitel 3](#) beschriebenen Befehlen. Um zu Testzwecken eine hohe Flexibilität zu gewährleisten, wurden zunächst noch die vollständigen Datensätze im Binärformat gespeichert. Für die Datennahme wurde ein Programm mit einer grafischen Benutzeroberfläche entwickelt (siehe [Abbildung 5.2](#)). Es ist dafür ausgelegt, beim Empfang von digitalen Triggersignalen Daten von zwei Analogkanälen aufzunehmen. Diese sind für das Seismometer und das Detektionssignal einer Photodiode konzipiert und werden durch individuelle Trigger gestartet. Um die Hardwarekanäle auszuwählen, die für die Messung und das Triggern verwendet werden, steht ein Konfigurationsmenü zur Verfügung. Hier kann auch die Dauer und die Samplingrate der Zeitreihen eingestellt werden. Zur Überwachung der Interferometrie kann die Zeitreihe des Photodiodensignals nach jedem Interferometriezyklus angezeigt werden. Außerdem kann die Oberfläche genutzt werden, um beliebige



**Abbildung 5.1: Zeitlicher Ablauf des Experiments.** Zu Beginn werden Atome in der magnetooptischen Falle (MOT) gefangen. Es folgt eine ca 60 ms lange sub-Doppler-Kühlphase. Parallel dazu werden die Atome bereits in die optische Dipolfalle (ODT) umgeladen. Nach der sub-Doppler-Phase folgt das evaporative Kühlen, wobei innerhalb von 100 ms die Leistung der Dipolfalle um 70 % reduziert wird. Anschließend werden die Atome nach einer Haltezeit von 150 ms fallen gelassen. Nach einer Freifallzeit von 33 ms wird die Interferometersequenz durchgeführt, während gleichzeitig Seismometerdaten aufgenommen werden. Anschließend findet die Zustandsdetektion statt, bevor der ca. 900 ms dauernde Zyklus erneut gestartet wird.

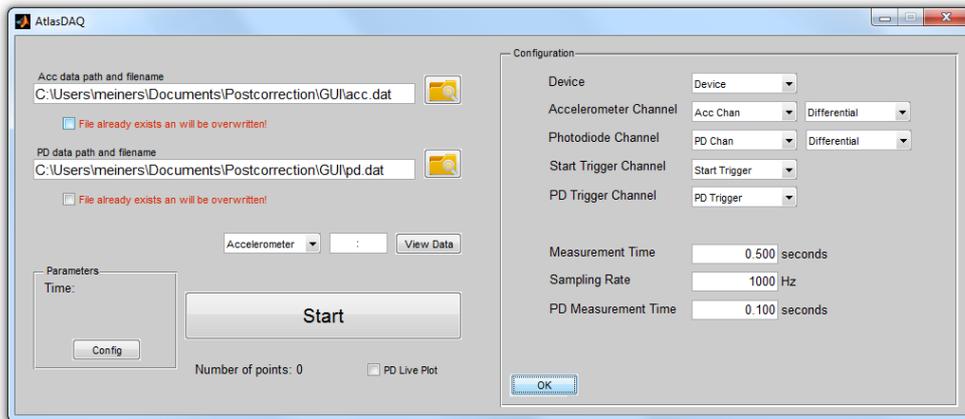
bereits gespeicherte Datenreihen anzuzeigen.

Vor dem Start der Interferometrie wurde die Datennahme des Seismometers gestartet, sodass die Daten mehr als den vollständigen Interferometriezyklus abdecken. Das Auslösen geschieht mit einem TTL-Signal, das 33 ms vor dem ersten Interferometriepuls vom Echtzeitrechner an den Datennahme-Rechner übertragen wird. Die Datennahme-Software befindet sich zuvor in einem Bereitschaftszustand und die Datennahme startet sofort mit dem eingehenden Trigger-Signal. Bei der Datenauswertung wurde auch eine Variation des Startzeitpunkts des Interferometers relativ zu den Interferometerdaten untersucht. Dabei hat sich eine maximale Korrelation bei exakt dem erwarteten Zeitversatz von 33 ms gezeigt. Um die korrekte Synchronisierung mit den Experimentzyklen sicherzustellen, wurde zu jedem Datensatz der Zeitpunkt des Triggersignals gespeichert. In der Auswertung der Zeitstempel wurde sichtbar, dass selten Triggersignale nicht erkannt wurden, was mit hoher Wahrscheinlichkeit durch eine gestörte Signalübertragung verursacht wird.

## 5.2 Berechnung der Korrekturphase

Für die Berechnung der Korrekturphase wurden zwei verschiedene Methoden verwendet. Die erste berechnet die Änderung der Phase des Lichtfelds am Ort der Atome. Dazu wird die Zeitreihe der Seismometerdaten vom Startzeitpunkt der Interferometrie zunächst integriert, um aus der Zeitreihe von Geschwindigkeiten (`vel`) den Ort des Spiegels zu berechnen. Numerisch geschieht dies über die Summation des Arrays und der Division durch die Samplingfrequenz `rate`:

```
pos = cumsum(vel)/rate;
```



**Abbildung 5.2: Benutzeroberfläche für die Datennahme.** Hier können diverse Einstellungen wie zu benutzende Kanäle, Dauer der Messung und Samplingrate festgelegt werden. Außerdem kann der Speicherort der Daten gesetzt und gespeicherte Daten können zur Einsicht geladen werden.

Der Befehl `cumsum` summiert für Arrayindex  $i$  jeweils bis zu diesem Index. Hier wird davon ausgegangen, dass die Seismometerdatennahme gleichzeitig mit dem Interferometer startet. Wenn dies nicht der Fall ist, muss zuvor das Array entsprechend gekürzt werden. Nun müssen die Indizes für die Zeiten  $T$  und  $2T$  ermittelt werden, um anschließend mit

$$\text{phi} = \text{keff} * ( -2 * \text{pos}(i\_T) + \text{pos}(i\_2T) );$$

die Phase zu berechnen. In der Konstanten `keff` ist der effektive Wellenvektor gespeichert.

Die zweite Berechnungsmethode erfolgt mit (2.44), welche auch die zeitliche Ausdehnung der Lichtpulse mit einbezieht. Hier wird zunächst ein Array `g` mit der zeitlichen Sensitivitätsfunktion mit Programmcode 5.1 erstellt. Für eine zeitliche Verschiebung der Seismometerdaten relativ zum Beginn der Interferometersequenz kann entweder wie oben beschrieben das Array mit den Daten gekürzt oder es können entsprechend viele Nullen der Sensitivitätsfunktion vorangestellt werden. Die Berechnung der Phase erfolgt analog zu (2.43) mit

$$\text{phi} = \text{sum}(\text{keff} * \text{g} .* \text{vel}(1 : \text{length}(\text{g}))) / \text{rate};$$

Hier wird die Sensitivitätsfunktion `g` elementweise mit der Zeitreihe der gemessenen Geschwindigkeiten multipliziert. Letztere wird dazu auf die Länge von `g` gekürzt. Das erhaltene Array muss lediglich noch mit dem effektiven Wellenvektor `keff` multipliziert, summiert und durch die Samplingrate `rate` dividiert werden, um die Korrekturphase zu erhalten. Wird die Pulsdauer für die Phasenberechnung auf Null gesetzt, so erhält man mit beiden Methoden dasselbe Ergebnis. In den folgenden Berechnungen wurde die Methode mit Sensitivitätsfunktion verwendet, da diese prinzipiell genauer ist und sich leichter simultan auf viele Datenreihen anwenden lässt. Auch in dem für die Phasenberechnung verwendeten Algorithmus in Programmcode A.3 kommt diese Methode zur

Anwendung. Hier wird zuerst die Informationsdatei gelesen, die automatisch zusammen mit den Seismometerdaten gespeichert wird. Sie enthält die Arraygröße der Binärdatei mit den Daten, sowie die verwendete Samplingfrequenz und einen Zeitstempel. Anschließend werden die Propagationszeit, die  $\pi/2$ -Pulszeit, der effektive Wellenvektor sowie der Zeitabstand zwischen Triggersignal und dem ersten Raman-Puls definiert. Diese werden für die Berechnung der Vibrationsphase benötigt. Mit [Programmcode 5.1](#) wird die zeitliche Sensitivitätsfunktion des Interferometers erstellt und mit dieser nach Anwenden eines digitalen Filters auf die Seismometerdaten die Korrekturphase berechnet.

---

```
1 function [ g ] = SensitivityFunction( rate, T, tau )
2 %SENSITIVITYFUNCTION returns sensitivity function
3 % of an atom interferometer with pulse
4 % duration tau and pulse separation time T
5     Ntau = round(tau*rate);
6     NT = round(T*rate);
7     g = -sin(linspace(0,pi/2, Ntau));
8     g = [g, -ones(1, NT)];
9     g = [g, sin(linspace(-pi/2, pi/2, 2*Ntau))];
10    g = [g, ones(1, NT)];
11    g = [g, -sin(linspace(-pi/2, 0, Ntau))];
12 end
```

---

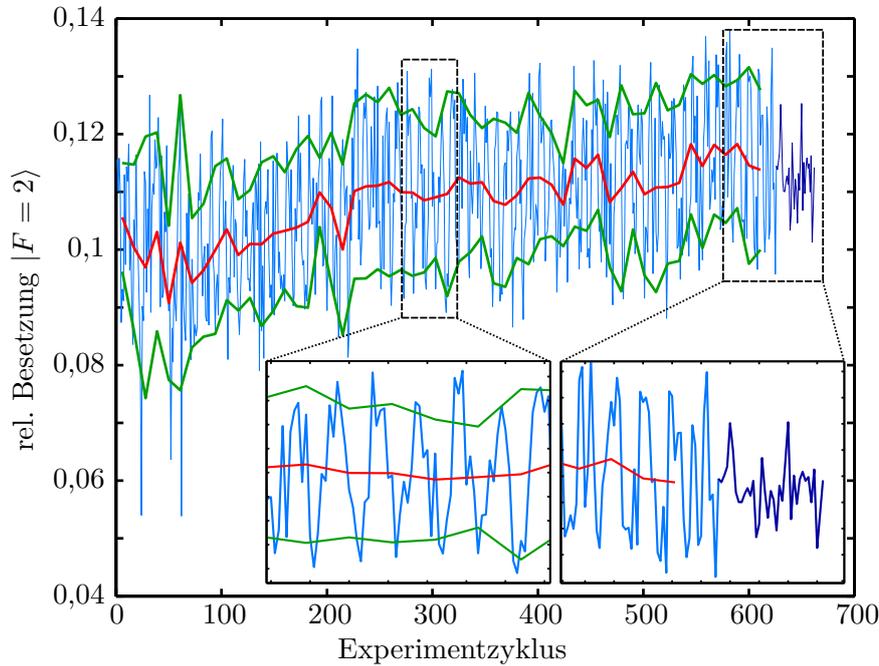
**Programmcode 5.1: Programm zur Erzeugung der Sensitivitätsfunktion (2.44).**

Als Parameter werden die Samplingrate *rate*, die Propagationszeit *T* und die Zeit eines  $\pi/2$ -Pulses *tau* benötigt. Zunächst werden die Anzahlen an Samples berechnet, die für die jeweiligen Abschnitte benötigt werden. Anschließend werden die Teile abschnittsweise definiert und angehängt. Am Ende wird die Sensitivitätsfunktion *g* zurückgegeben.

### 5.3 Analyse und Korrelation

Für die Analyse der Interferometerdaten werden zunächst für alle Datenpunkte die aus der Verstimmrate  $\alpha$  zu erwartenden Phasen mit (2.39) berechnet. Stellt man die Daten gegenüber der so berechneten Phase dar, ergibt sich gemäß (2.29) eine Oszillation der relativen Besetzung des angeregten Zustands mit einer Periode von  $2\pi$  (siehe [Abbildung 5.3](#)). Anschließend werden die Datenpunkte in Gruppen von elf Punkten unterteilt, sodass sie je eine Periode des Interferometers überdecken. An diese Datengruppen wird eine Sinusfunktion in Amplitude, Amplitudenversatz und Phase angepasst. Für ein ungestörtes Interferometer würde dies für alle Perioden dieselben Parameter liefern. Aufgrund verschiedener Störungen ist jedoch beispielsweise eine Drift des Amplitudenversatzes sichtbar. Diese wird unter anderem durch Leistungsschwankungen des Raman-Lichtfelds und der damit einhergehenden Variation der Rabi-Frequenz verursacht. Um diese Variationen von Phasenrauschen unterscheiden zu können, ist es notwendig, für eine Messung ganze Perioden abzurastern, da so Amplitude und Amplitudenversatz un-

abhängig von der Phase bestimmt werden können.



**Abbildung 5.3: Verwendete Interferometerdaten.** Gezeigt sind die Interferometerdaten (blau) mit den jeweils an Gruppen von elf Datenpunkten angepassten Parametern, Amplitudenversatz (rot) und Amplitude (grün). Letztere wurde jeweils zum Amplitudenversatz addiert und subtrahiert. Die Verstimmrate wurde bei jedem Datenpunkt um 15 Hz/s erhöht, sodass je elf Datenpunkte eine Periode überdecken. Die letzten Datenpunkte zeigen das Signal bei nicht geschlossenem Interferometer (dunkelblau), welche somit keine Phaseninformation tragen und zur Bestimmung des technischen Rauschens dienen.

Um das Phasenrauschen des Interferometers zu quantifizieren, wird die Streuung der angepassten Phasen verwendet. Für 616 Datenpunkte aus dem vorliegenden Datensatz (Abbildung 5.3), aufgeteilt in 56 Gruppen, ergibt sich eine Standardabweichung der angepassten Phasen von 579 mrad. Zur Bestimmung des Anteils der Störungen, der auf Phasenfluktuationen basiert, wurde auch das technische Rauschen des Interferometers untersucht. Es wurden einige Datenpunkte aufgenommen, während das Interferometer nicht geschlossen war. Die Zeiten zwischen den Raman-Pulsen wurden asymmetrisch gewählt, sodass die beiden Interferometerpfade durch den letzten Puls nicht überlagert werden. Auf diese Weise interferieren die Anteile der Wellenfunktion nicht miteinander und das Ausgangssignal enthält keinerlei Phaseninformation. Ohne Störungen würde dies eine konstante Besetzung liefern, die mit dem Amplitudenversatz und somit auch der mittleren Besetzung übereinstimmt. Aus der Streuung dieser Datenpunkte kann daher das technische Rauschen des Interferometers bestimmt werden.

Die Standardabweichung der Population  $\sigma(P_{\text{tech}})$  kann mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung in ein äquivalentes Phasenrauschen bei einem Phasen-Scan umgerechnet

werden. Ist das äquivalente Phasenrauschen  $\sigma(\phi_{tech})$  der einzige Rauschbeitrag, führt dies zu einer Populationsfluktuation von

$$\sigma(P_{tech}) = -A \sin(\phi_i) \sigma(\phi_{tech}) \quad (5.1)$$

abhängig von der Phase  $\phi_i$  und der Amplitude  $A$  des Interferometers. Entsprechend gilt für die Phasenunsicherheit einer Einzelmessung

$$\sigma(\phi_{tech}) = \frac{-\sigma(P_{tech})}{A \cdot \sin(\phi_i)}. \quad (5.2)$$

Für die Unsicherheit des Mittelwertes einer aus  $N$  Werten mit Unsicherheiten  $\sigma_i$  zusammengesetzten Größe gilt

$$\sigma^2 = \frac{1}{\sum_i^N 1/\sigma_i^2}. \quad (5.3)$$

Entsprechend gilt für das Phasenrauschen eines Perioden-Scans mit Unsicherheiten der einzelnen Punkte aus (5.2):

$$\sigma(\phi_{Scan})^2 = \left( \sum_i^N \frac{A^2 \sin^2(\phi_i)}{\sigma(P_{tech})} \right)^{-1} \quad (5.4)$$

$$= \left( \frac{A^2}{\sigma(P_{tech})^2} \cdot \frac{N}{N} \sum_i^N \sin^2(\phi_i) \right)^{-1}. \quad (5.5)$$

Durch das Einfügen einer Eins kann bei einer gleichmäßigen Abrasterung einer Periode mit  $N$  Punkten die Summe zum Mittelwert des  $\sin^2$  vereinfacht werden. Damit gilt

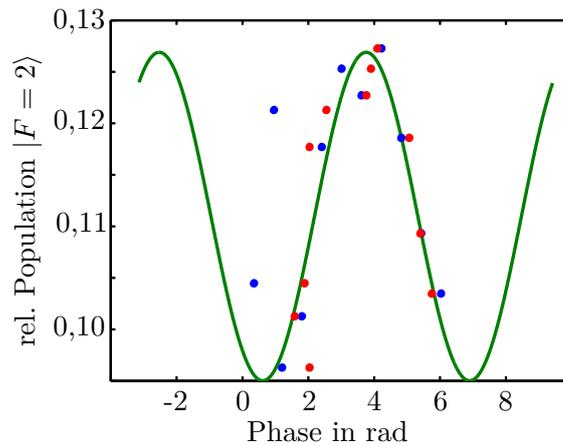
$$\sigma(\phi_{Scan}) = \frac{\sigma(P_{tech})}{A} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{N}}, \quad (5.6)$$

wobei  $\sigma(P_{tech})/A$  das äquivalente Phasenrauschen für eine Flankenmessung beschreibt.

Für die in [Abbildung 5.3](#) gezeigte Messung wurde eine mittlere Amplitude von  $A = 0,012$  ermittelt. Aus der Standardabweichung der phaseninsensitiven Messpunkte ergibt sich für die oben beschriebene Messung ein äquivalentes technisches Rauschen von  $\sigma(\phi_{Scan}) = 205$  mrad, das vor allem durch Fluktuationen beim Detektionsprozess verursacht wird. Reduziert man das Gesamtrauschen um das gemessene technische Rauschen mit

$$\sigma(\phi_{Phase}) = \sqrt{\sigma(\phi_{ges})^2 - \sigma(\phi_{tech})^2} = 542 \text{ mrad}, \quad (5.7)$$

erhält man den Rauschanteil des Interferometers, der durch Phasenfluktuationen während der Interferometrie verursacht wird. Dieses wird durch die bereits in [Abschnitt 2.3](#) beschriebenen Einflüsse aufgrund von Vibrationen sowie Fluktuationen der Laserphase des Raman-Lichtfelds verursacht.

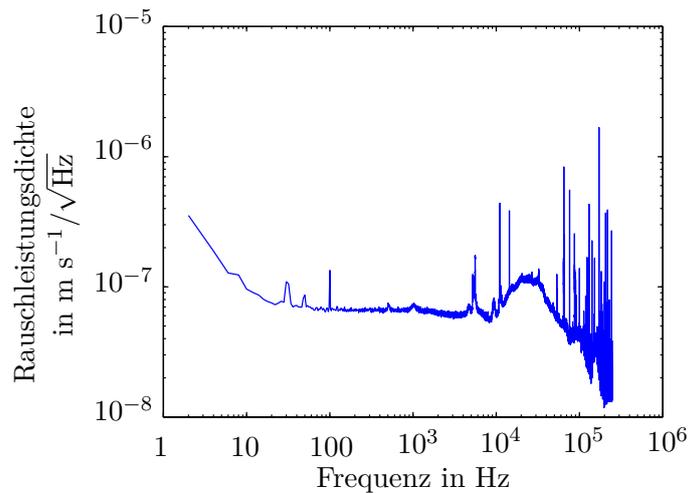


**Abbildung 5.4: Anpassung an korrigierte Daten.** Gezeigt sind die unkorrigierten (blau) und korrigierten Datenpunkte (rot) für eine Datengruppe. Die gezeigte Sinusfunktion wurde an die Datenpunkte nach Anwenden der Korrekturphase angepasst.

Die oben beschriebene Methode zur Bestimmung des Phasenrauschens durch Anpassung einer Sinusfunktion an Datengruppen, die jeweils eine Periode umfassen, wurde auch unter Berücksichtigung der Korrekturphasen verwendet. Diese wurden jeweils zur Phase aufgrund der Änderungsrate  $\alpha$  addiert, was beispielhaft für eine Datengruppe in [Abbildung 5.4](#) gezeigt ist. Dadurch konnte die Standardabweichung der angepassten Phasen auf 261 mrad reduziert werden, was eine Verringerung des Gesamtrauschens um 55 % ergibt. Durch das Anwenden eines phasenversatzfreien digitalen Bandpassfilters auf die Vibrationsdaten vor der Phasenberechnung, welcher Frequenzen oberhalb von  $\nu_c = 15$  Hz unterdrückt, konnte die Reduktion des Gesamtrauschens nur geringfügig auf 65 % erhöht werden. Reduziert man das verbleibende Gesamtrauschen nach der Korrektur analog zu (5.7) um das gemessene technische Rauschen, so ergibt sich eine Reduktion des Phasenrauschens um 72 % auf 150 mrad.

Als Ursache für das verbleibende Phasenrauschen können verschiedene Effekte in Betracht gezogen werden. Phasenfluktuationen der Laserphase wirken sich über die zeitliche Sensitivitätsfunktion (2.44) auf die Interferometerphase aus. Dieser Effekt wurde auch in [29] verwendet, um die Sensitivitätsfunktion zu messen. Da im vorhandenen Aufbau die Raman-Laser phasenstabilisiert sind, ist dieser Effekt lediglich in der Größenordnung von  $<10$  mrad pro Messung zu erwarten [16]. Kippbewegungen des Referenzspiegels verursachen über die Veränderung der Richtung des effektiven Wellenvektors ebenfalls Phasenfluktuationen, diese sind jedoch ca. drei Größenordnungen geringer zu erwarten als das verbleibende Phasenrauschen [16].

Da die beschriebenen Effekte deutlich kleiner sind als das verbleibende Phasenrauschen, liegt es nahe, dass die mechanische Ankopplung von Seismometer und Spiegel keine flache Transferfunktion besitzt, sondern diese frequenzabhängig ist. Dies würde dazu führen, dass das Seismometer nicht genau die Bewegung des Referenzspiegels erfasst und somit die Korrelation limitieren. Eine weitere mögliche Fehlerquelle ist auch die eventuell vorhandene Störung des Signals durch die anderen Seismometerachsen. Aus



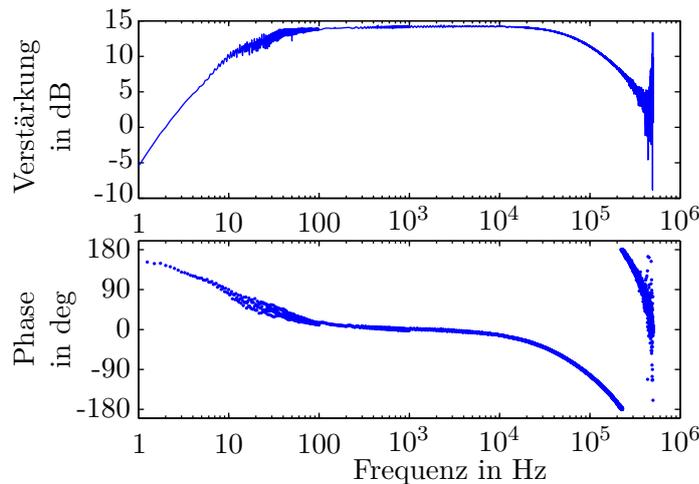
**Abbildung 5.5: Rauschleistungsdichte der gemessenen Vibrationen.** Es ist zu erkennen, dass ab etwa 100 Hz das elektrische Rauschen dominiert.

den gemessenen Zeitreihen für die Reduktion des seismischen Rauschens wurde auch ein mittleres Rauschspektrum ermittelt ([Abbildung 5.5](#)). Hier ist zu erkennen, dass die gemessenen Signale nur im niederfrequenten Bereich über dem elektronischen Rauschen des Seismometers liegen. Daher ist die Korrelation mit der Spiegelbewegung möglicherweise auch durch das elektronische Rauschen des Seismometers beeinträchtigt.

## 5.4 Simulation unterschiedlicher seismischer Umgebungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Aufbau zur Erzeugung von zusätzlichem Vibrationsrauschen auf der Vibrationsisolierung realisiert. Mit diesem wurde die Simulation verschiedener Rauschumgebungen untersucht, um so die Leistungsfähigkeit eines Atominterferometers beispielsweise auf einem Fahrzeug, Flugzeug, Schiff oder der ISS im Labor simulieren zu können.

Der verwendete Aufbau besteht aus einem kommerziellen HiFi-Verstärker (BASETech AP-2100) und einem Körperschallwandler (Sinuslive bassPUMP III). Dieser bewegt durch Elektromagnetismus eine Masse und sorgt so für Vibrationen, die durch feste Montage an die Umgebung übertragen werden. Der Aufbau mit dem Körperschallwandler ist in [Abbildung 4.5](#) abgebildet. Ähnlich wie ein Lautsprecher kann der Körperschallwandler mit verschiedenen Frequenzen angesteuert werden und so verschiedene Vibrationspektren erzeugen. Die Ansteuerung erfolgt mit Matlab über eine Digital-Analog-Karte. In Matlab lassen sich beliebige Signale erstellen und diese über den Verstärker vom Körperschallwandler ausgeben. Über das Generieren von Zufallszahlen kann auch weißes Rauschen erzeugt werden. Dieses lässt sich mit Frequenzfiltern in beliebige Spektren transformieren. Da synchron mit der Ausgabe des Signals ebenfalls Daten aufgenommen werden können, ist es durch die Messung des Antwortsignals möglich, die Transferfunktion von elektrischen Systemen zu messen.



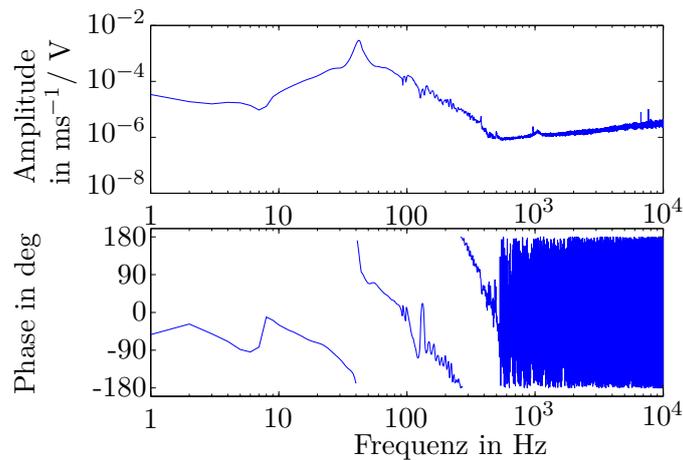
**Abbildung 5.6: Transferfunktion des HiFi-Verstärkers.** Die Übertragungsfunktion weist ein für ein solches Gerät übliches Bandpassverhalten auf. Im Frequenzband von 18 Hz bis 60 kHz verhält sich der Verstärker linear.

Für die Bestimmung der Transferfunktion wird ein bekanntes Signal mit verschiedenen Frequenzanteilen wie in das System eingespeist. Hier kann zum Beispiel weißes Rauschen oder eine Frequenzrampe verwendet werden. Gleichzeitig wird das Ausgangssignal des Systems aufgenommen. Aus den Signalen wird jeweils die Fouriertransformierte des Eingangssignals  $I(\omega)$  und des Ausgangssignals  $O(\omega)$  des Systems ermittelt. Matlab stellt hierfür die Funktion `fft(data)` zur Verfügung, welche einen Algorithmus zur diskreten Fouriertransformation verwendet. Anschließend berechnet sich die Transferfunktion des Systems aus dem Quotienten der Fouriertransformierten

$$T(\omega) = \frac{O(\omega)}{I(\omega)}. \quad (5.8)$$

Da  $O(\omega)$  und  $I(\omega)$  im Allgemeinen komplexwertig sind, ist auch die Transferfunktion komplex und enthält Informationen über den Amplituden- und Phasengang des Systems. Diese können über die eulersche Darstellung komplexer Zahlen in Form eines Bode-Diagramms dargestellt werden. Hier werden die frequenzabhängige Verstärkung (bzw. Abschwächung) des Eingangssignals sowie auftretende Phasenverschiebungen sichtbar.

Die Messung der Transferfunktion wurde zunächst für den HiFi-Verstärker durchgeführt, indem die am Körperschallwandler anliegende Spannung mit der Datennahmekarte gemessen wurde. Die gemessene Transferfunktion ist in [Abbildung 5.6](#) gezeigt. Üblicherweise besitzen diese Geräte eine lineare Antwort im für Menschen hörbaren Frequenzbereich. Dies konnte mit dem gemessenen Bandpassverhalten mit einer Bandbreite von 18 Hz bis 60 kHz bestätigt werden. Die gleiche Messung wurde auch mit einem der Impedanz des Körperschallwandlers entsprechenden Widerstand von  $4 \Omega$  am Ausgang des Verstärkers durchgeführt, um einen möglichen Einfluss der Induktivität des Körperschallwandlers auszuschließen. Hier wurde eine mit [Abbildung 5.6](#) nahezu identische Transferfunktion gemessen.



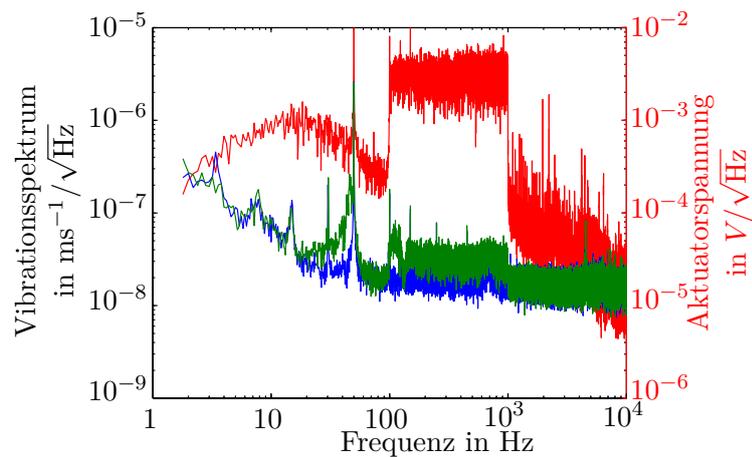
**Abbildung 5.7: Übertragungsfunktion des Steuersignals auf das Seismometer.**

Die Transferfunktion besitzt eine deutliche Resonanz bei ca. 42 Hz, hier tritt auch ein Phasensprung auf. Ab etwa 500 Hz dominiert das elektrische Rauschen des Seismometers.

Über die Aufnahme der durch den Körperschallwandler erzeugten Vibrationen mit dem Seismometer wurde auch die Transferfunktion des mechanischen Systems aus Körperschallwandler und Seismometer bestimmt, sie ist in [Abbildung 5.7](#) abgebildet. Es ist eine deutliche Resonanz des Systems bei einer Frequenz von 42 Hz zu sehen. Diese beruht höchstwahrscheinlich auf einer mechanischen Resonanz des Körperschallwandlers. Ein starkes Anschwingen bei dieser Frequenz konnte beim Testen des Körperschallwandlers auch akustisch wahrgenommen werden. Das Abfallen der Transferfunktion zu kleineren Frequenzen kann durch den HiFi-Verstärker bedingt sein, da dieser ein Hochpassverhalten mit einer Grenzfrequenz von ca. 18 Hz aufweist. Die abfallende Übertragungsfunktion zwischen 50 Hz und 500 Hz ist wahrscheinlich durch die hier bereits abfallende Sensitivität des Seismometers bedingt. Für Frequenzen  $> 500$  Hz dominiert im gemessenen Signal das elektronische Rauschen des Seismometers.

Basierend auf der gemessenen Übertragungsfunktion wurde ein digitaler Filter entwickelt, um weißes Rauschen am Seismometer zu erzeugen. Dabei hat sich jedoch herausgestellt, dass sich die Resonanz bei 42 Hz nicht unterdrücken ließ. Auch bei der Ansteuerung mit Rauschen im Frequenzband von 100 bis 1000 Hz kann im gleichzeitig aufgenommenen Spektrum ([Abbildung 5.8](#)) ein deutliches Signal bei der Resonanz beobachtet werden. Dies deutet darauf hin, dass sich das System nicht linear verhält, sondern bevorzugt bei der Resonanzfrequenz anschwingt. Das hier gewünschte Rauschen bei den Anregungsfrequenzen überträgt sich hingegen nur schwach auf das Seismometersignal. Zudem fällt bei allen Messungen, insbesondere auch der Hintergrundmessung ein Peak bei 50 Hz auf, der durch Einkoppeln der Netzfrequenz am Verstärker verursacht wird. Dieser lässt sich nur durch das Trennen des Verstärkers vom Stromnetz unterdrücken.

Diese Messungen haben gezeigt, dass der untersuchte Aufbau genutzt werden kann, um zusätzliches Vibrationsrauschen zu erzeugen. Aufgrund der starken Resonanz des Körperschallwandlers ist es allerdings nicht möglich, beliebige Rauschspektren zu erzeugen.



**Abbildung 5.8: Spektren bei zusätzlichem Rauschen.** Gezeigt ist das Amplitudenspektrum der Spannung am Körperschallwandler (rot, rechte Y-Achse) sowie das erzeugte Vibrationsspektrum (grün) im Vergleich mit dem Vibrationshintergrund (blau). Die beiden Vibrationsspektren nutzen jeweils die linke Y-Achse. Das Signal zur Ansteuerung ist weißes Rauschen im Frequenzband 100 bis 1000 Hz.

gen und somit eine fremde Rauschumgebung zu simulieren. Ein weiterer Grund hierfür ist auch ein zu geringer Dynamikbereich des Systems. Es können bei Frequenzen, die nur gering übertragen werden, nicht ausreichend hohe Amplituden erzeugt werden, um dies zu kompensieren. Um beliebige Rauschspektren erzeugen zu können, müssen Verstärker und Aktuatoren für entsprechende Frequenzen ausgelegt sein. Insbesondere ist auch der niedrige Frequenzbereich interessant, da hier inertialsensitive Atominterferometer eine hohe Empfindlichkeit aufweisen. Dieser ist jedoch aufgrund des Hochpassverhaltens des HiFi-Verstärkers nicht zugänglich, was mit der Verwendung eines anderen Verstärkers möglicherweise umgangen werden kann. Um den Dynamikbereich der durch den Körperschallwandler erzeugten Vibrationen zu erhöhen, müsste die Gesamtmasse der Nutzlast deutlich reduziert werden. Dies ist im vorhandenen Aufbau jedoch nicht möglich, da eine hohe Ausgleichsmasse für den optimalen Betrieb der Vibrationsisolierung benötigt wird.

Alternativ könnten Piezoaktuatoren verwendet werden, welche direkt den Referenzspiegel bewegen. Die dadurch eingeführten Bewegungen ließen sich jedoch nicht wie in diesem Aufbau mit einem Seismometer aufnehmen und korrigieren. Eine Alternative zur Erzeugung beliebiger Vibrationen ist auch die Verwendung der Aktuatoren einer aktiven Vibrationsisolierung. Da diese in der Lage sind, breitbandig Vibrationen zu reduzieren, sollte es umgekehrt durch Modulation des Signals auch möglich sein, diese zu erzeugen.



## 6 Ausblick

Um die Limitierungen der Datennahme mit LabView zu überwinden, wurde im Rahmen dieser Arbeit Software für die Aufnahme und Verarbeitung von Seismometerdaten entwickelt, die zur Korrektur von Vibrationsrauschen in einem Atominterferometer verwendet wird. Dabei hat sich Matlab in Verbindung mit der „Data Acquisition Toolbox“ als geeignetes Werkzeug erwiesen, da sich Datennahmekarten mit wenig Aufwand ansteuern lassen und die Datenverarbeitung sehr effizient im selben Programm erfolgen kann. Außerdem lassen sich mit Matlab leicht grafische Benutzeroberflächen erstellen, was den häufigen Gebrauch der Programme deutlich vereinfacht.

Außerdem wurden verschiedene Vibrationssensoren untersucht und ein Aufbau zur Messung der Bewegung des Referenzspiegels mit einem Guralp CMG-40T realisiert. Mit diesem Aufbau konnte abhängig vom Rauschhintergrund der Rauschbeitrag durch Vibration um bis zu 72 % reduziert werden. Um die Rauschunterdrückung weiter zu erhöhen, kann die Transferfunktion zwischen Seismometer und Spiegel noch genauer untersucht werden. Da diese nicht konstant für beliebige Frequenzen ist, stimmt die vom Sensor erfasste Bewegung nicht vollständig mit der des Spiegels überein, was die Effizienz der Rauschunterdrückung limitiert. Um diese Fragestellung weiter zu untersuchen, kann statt eines kommerziellen Seismometers ein optisches Interferometer zwischen dem Retroreflexspiegel und einer weiteren Spiegelfläche aufgebaut werden. Dieser zusätzliche Spiegel könnte sich an der Testmasse eines Seismometers befinden, wodurch eine indirekte Referenzierung des Atominterferometers auf die Seismometer-Testmasse möglich wäre. Eine direkte Referenzierung wäre mit der Nutzung einer Spiegelfläche an einer Seismometer-Testmasse als Retroreflexspiegel ebenfalls denkbar, jedoch ist dies aufgrund der hohen Qualitätsansprüche an die Spiegeloberfläche für die Interferometrie kaum realisierbar.

Eine sinnvolle Weiterentwicklung der Datennahmesoftware ist, die Zustandsdetektion am Ende jedes Interferometriezyklus, welche derzeit mit LabView verarbeitet wird, ebenfalls in Matlab zu implementieren. Dies würde die vollständige Verarbeitung der Experimentdaten in einem Programm vereinen und so die Bedienung deutlich vereinfachen.

### 6.1 Simulation von Vibrationsumgebungen

Besonders für zukünftige mobile Anwendungen ist die Simulation von beliebigen Rauschumgebungen interessant. Dadurch lässt sich im Labor die Leistungsfähigkeit eines Atominterferometers in der seismischen Umgebung eines Fahrzeugs, Schiffes, Flugzeugs oder der ISS untersuchen. Für diesen Zweck ist es nötig, beliebige Vibrationspektren des Spiegels auf der Isolationsplattform zu erzeugen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Testaufbau bestehend aus einem kommerziellen HiFi-Verstärker und einem Körperschallwandler als Aktuator realisiert und dieser mit Hilfe von Matlab und einer Digital-Analog-Schnittstelle angesteuert. Die dadurch erzeugten zusätzlichen Vibrationen wurden mit dem ebenfalls auf der Vibrationsisolierung befindlichen Seismometer analysiert. Die kombinierte Transferfunktion von Verstärker, Körperschallwandler und der mechanischen Ankopplung an das Seismometer ist nicht konstant für beliebige Frequenzen. Daher wurde sie zunächst gemessen, mit einem Filter approximiert und dieser invers auf weißes Rauschen angewandt. Damit sollte das vom Seismometer erfasste Vibrationsspektrum weißem Rauschen entsprechen und durch die Verwendung weiterer Filter beliebige Spektren erzeugbar sein.

Es hat sich gezeigt, dass mit dieser Methode jedoch kein weißes Vibrationsrauschen erzeugt werden konnte, da zum einen der zugängliche Amplitudenbereich nicht ausreichte und zusätzlich der Körperschallwandler Frequenzkonversion zeigte. Bei einer Ansteuerung von Rauschen im Bereich von 80-100 Hz wurden zusätzlich Schwingungen von 40-50 Hz beobachtet. Dies deutet darauf hin, dass sich der Körperschallwandler nicht-linear verhält. Durch eine Verringerung der Gesamtmasse auf der Vibrationsisolierung würde sich der Dynamikbereich des Systems erhöhen, da geringere Amplituden für den Betrieb des Körperschallwandlers benötigt würden. Dies würde voraussichtlich auch den Effekt der Nichtlinearität verringern. Die vorhandene Masse ist jedoch für den optimalen Betrieb der Vibrationsisolierung notwendig. Daher muss für eine weitere Untersuchung ein anderer Aktuator verwendet werden, der in der Lage ist, die vorhandene Masse wie gewünscht anzuregen. Alternativ könnte der gleiche Aufbau in einem anderen System getestet werden, bei dem das Gewicht, welches durch den Körperschallwandler bewegt werden muss, deutlich geringer ist.

## 6.2 Reduzierung von Vibrationsrauschen bei QG-1

Das Experiment QG-1 ist ein Quanten-Gravimeter basierend auf der Interferometrie mit quantenentarteten atomaren Ensembles, das sich zur Zeit im Aufbau befindet. Als Quelle für die Interferometrie soll ein Bose-Einstein-Kondensat (BEC) aus  $^{87}\text{Rb}$  dienen, welches mit einem Atomchip produziert wird. Die im Rahmen des Quantus-Projekts entwickelten Atomchips haben sich als sehr effiziente Quelle für Kondensate hoher Teilchenzahlen erwiesen. Die Interferometrie findet wie in [Kapitel 2](#) beschrieben auf einer Freifallstrecke von ca. 33 cm mit einer maximalen Propagationszeit von  $T = 100$  ms statt.

Da dieses Experiment für mobile Anwendungen vorgesehen ist, werden das zugehörige Lasersystem und die Elektronik in einem temperaturstabilisierten 19-Zoll-Rack untergebracht. Die Vakuumkammer zusammen mit einer mehrlagigen Magnetfeldabschirmung soll auf einer Vibrationsisolierungsplattform ruhen (siehe [Abbildung 6.1](#)). Die Gesamthöhe des Experimentmoduls soll ca. 130 cm und der Außendurchmesser 55 cm betragen. In diesem befindet sich zusätzlich ein Seismometer, das die verbleibenden Vibrationen des Experimentmoduls misst. Das Seismometersignal kann anschließend zur Korrektur der Vibrationen während des Interferometerzyklus verwendet werden.

Für den Einsatz bei geodätischen Messkampagnen muss zudem für eine benutzerfreundliche Bedienung gesorgt werden. Zu diesem Zweck ist eine Implementierung der automatischen Erfassung und Auswertung von Seismometerdaten in die Software zur Experimentsteuerung notwendig. Für eine zuverlässige Vibrationsunterdrückung muss eine mit dem Interferometer synchrone und fehlerfreie Ansteuerung gewährleistet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde Programmcode in Matlab entwickelt, welcher für diese Anwendungen verwendet beziehungsweise adaptiert werden kann.

In dem Aufbau des Quantengravimeters QG-1 wird sich der Retroreflexspiegel, welcher als Referenzfläche für die Interferometrie dient, im Vakuum befinden. Zusätzlich wird er mit Piezo-Aktuatoren ausgestattet, um während der Interferometrie die Rotation des gesamten Geräts aufgrund der Erddrehung auszugleichen. Um den Einfluss Vibrationen des Referenzspiegels zu unterdrücken wäre anstatt der nachträglichen Korrektur auch ein feed-forward-System ähnlich dem in [22] verwendeten Ansatz möglich. Dazu werden während des Interferometerzyklus die Vibrationen gemessen und in Echtzeit die korrespondierende Phasenverschiebung ausgerechnet. Diese wird kurz vor dem letzten Raman-Lichtpuls durch einen akustooptischen Modulator invers auf die Lichtfelder aufgeprägt. Auf diese Weise wird die Phase der Lichtfelder an die Spiegelbewegung angepasst. Diese Methode kann auch im QG-1 zur Unterdrückung von Vibrationseinflüssen verwendet werden.

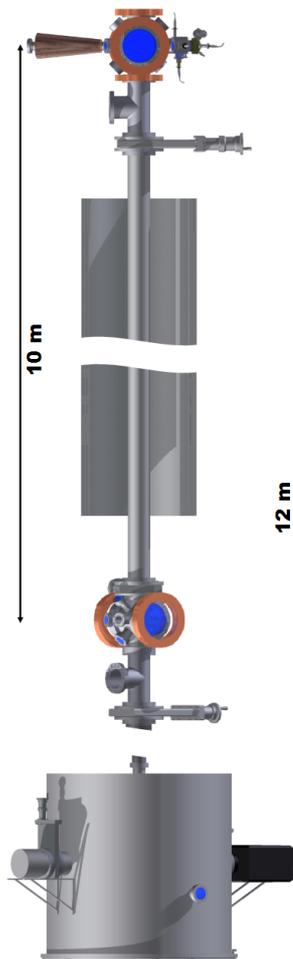


**Abbildung 6.1: Schematische Darstellung des QG-1.** Im oberen Bereich in der Magnetfeldabschirmung befinden sich die 2D- und 3D-MOT mit dem Atomchip. Vibrationen werden durch eine Isolationsplattform unterdrückt, verbleibende Vibrationen können mit dem Seismometer am Boden der Magnetfeldabschirmung aufgenommen werden.

### 6.3 Reduzierung von Vibrationsrauschen bei VLBAI

Das Projekt VLBAI (*very large baseline atom interferometer*) ist eines der drei Großgeräte, die sich im zukünftigen Forschungsbau HITec (Hannover Institut für Technologie) befinden werden, und befindet sich derzeit im Aufbau. Mit einer Vakuum-Freifallstrecke von 10 m wird es eines von weltweit drei Geräten dieser Dimensionierung sein (Stanford [41], Wuhan [42]). In einer Fontänenkonfiguration können mit einem solchen Aufbau Propagationszeiten von bis zu  $T = 1,3$  s erreicht werden. In diesem Experiment soll die Atominterferometrie mit Rubidium und Ytterbium realisiert werden. Letzteres wurde aufgrund seiner hohen Masse und geringen Empfindlichkeit gegenüber Magnetfeldern gewählt. Da für Ytterbium-170 im Grundzustand sowohl Kernspin als auch magnetisches Moment der Elektronenhülle verschwinden, treten diese nicht mit einem Magnetfeld in

Wechselwirkung. Der Betrieb mit  $^{87}\text{Rb}$ , das diesen Vorteil nicht besitzt, erfordert jedoch eine Abschirmung von Magnetfeldern.



**Abbildung 6.2:** Schematische Darstellung des VLBAI. Die beiden Experimentkammern werden im Abstand von 10 m durch ein Vakuumsrohr mit Magnetfeldabschirmung verbunden. Die Vibrationsisolierung mit dem Referenzspiegel befindet sich in einem separaten Vakuumschrank. Übernommen aus [43].

Die Quellen für Rubidium und Ytterbium werden ähnlich der im Kapitel 4 beschriebenen durch eine Kombination von 2D- und 3D-MOT realisiert, wobei im Fall des Ytterbiums alternativ zu einer 2D-MOT ein sogenannter Zeeman-Slower verwendet werden kann. Eine schematische Darstellung des geplanten Aufbaus ist in Abbildung 6.2 abgebildet. Die Vibrationsisolierung wird speziell für diese Anwendung konstruiert, um Vibrationen des Referenzspiegels bestmöglich zu unterdrücken. Es wird zusätzlich für die Korrektur von Restbewegungen des Spiegels ein Breitbandseismometer Streckeisen STS-2 zur Verfügung stehen, da aufgrund der großen Propagationszeiten der Einfluss von Vibrationen zunimmt und sich die Empfindlichkeit zu niedrigeren Frequenzen verschiebt. Dazu müssen die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Algorithmen für die Verwendung mit diesem Sensor und zu untersuchender anderer Interferometergeometrien modifiziert werden.

Die Verwendung von Matlab in dieser Arbeit hat sich als sehr nützlich erwiesen. Aufgrund der hier gewonnenen Erkenntnisse ist es auch sinnvoll, in Betracht zu ziehen, die Detektion und Datenaufnahme beim VLBAI-Experiment vollständig mit Matlab durchzuführen.

Abschließend kann festgestellt werden, dass die in dieser Arbeit untersuchten Methoden zur Reduktion von Vibrationsrauschen ein wichtiges Element für zukünftige Anwendungen darstellt. Sowohl für mobile Sensoren als auch für laborgestützte Experimente ist die weitere Untersuchung der Kombination aus klassischen Inertialsensoren und Atominterferometern unbedingt notwendig. Dafür konnte in dieser Arbeit der Grundstein gelegt werden, auf dem es nun für verschiedenste Anwendungen weiter aufzubauen gilt. Das entwickelte Gerüst an Programmkomponenten zur Datenerfassung und Auswertung kann für die spezifischen Verwendungen zusammengestellt und angepasst werden.

# Literaturverzeichnis

- [1] G. Tackmann et al. „Self-alignment of a compact large-area atomic Sagnac interferometer“. In: *New Journal of Physics* 14.1 (2012), S. 015002–. ISSN: 1367-2630. DOI: [10.1088/1367-2630/14/1/015002](https://doi.org/10.1088/1367-2630/14/1/015002) (Zitiert auf Seite 1).
- [2] R. Geiger et al. „Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry“. In: *Nature Communications* 2.474 (2011). DOI: [10.1038/ncomms1479](https://doi.org/10.1038/ncomms1479) (Zitiert auf Seiten 1, 2).
- [3] M. Schmidt et al. „A mobile high-precision absolute gravimeter based on atom interferometry“. English. In: *Gyroscopy and Navigation* 2.3 (2011), S. 170–177. ISSN: 2075-1087. DOI: [10.1134/S2075108711030102](https://doi.org/10.1134/S2075108711030102) (Zitiert auf Seiten 1, 2).
- [4] M. Hauth et al. „First gravity measurements using the mobile atom interferometer GAIN“. In: *Applied Physics B* 113.1 (2013), S. 49–55. ISSN: 0946-2171. DOI: [10.1007/s00340-013-5413-6](https://doi.org/10.1007/s00340-013-5413-6) (Zitiert auf Seiten 1, 2).
- [5] Zhong-Kun Hu et al. „Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter“. In: *Physical Review Letters A* 88.4 (2013). DOI: [10.1103/PhysRevA.88.043610](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.043610) (Zitiert auf Seiten 1, 2).
- [6] F. Sorrentino et al. „Sensitivity limits of a Raman atom interferometer as a gravity gradiometer“. In: *Physical Review Letters A* 89.2 (Feb. 2014), S. 023607–. DOI: [10.1103/PhysRevA.89.023607](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.89.023607) (Zitiert auf Seite 1).
- [7] G. Rosi et al. „Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms“. In: *Nature* 510.7506 (Juni 2014), S. 518–521. ISSN: 0028-0836. DOI: [10.1038/nature13433](https://doi.org/10.1038/nature13433) (Zitiert auf Seite 1).
- [8] V. Gerginov et al. „Uncertainty evaluation of the caesium fountain clock PTB-CSF2“. In: *Metrologia* 47.1 (2010), S. 65. DOI: [10.1088/0026-1394/47/1/008](https://doi.org/10.1088/0026-1394/47/1/008) (Zitiert auf Seite 1).
- [9] N. Hinkley et al. „An Atomic Clock with  $10^{-18}$  Instability“. In: *Science* 341.6151 (2013), S. 1215–1218. DOI: [10.1126/science.1240420](https://doi.org/10.1126/science.1240420) (Zitiert auf Seite 1).
- [10] Peter W. Graham et al. „New Method for Gravitational Wave Detection with Atomic Sensors“. In: *Physical Review Letters* 110.17 (Apr. 2013), S. 171102–. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.171102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.171102) (Zitiert auf Seite 1).
- [11] H. Müntinga et al. „Interferometry with Bose-Einstein Condensates in Micro-gravity“. In: *Physical Review Letters* 110.9 (2013), S. 093602–. DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.093602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.093602) (Zitiert auf Seite 1).

- [12] Waldemar Herr. „Eine kompakte Quelle quantenentarteter Gase hohen Flusses für die Atominterferometrie unter Schwerelosigkeit“. Doktorarbeit. Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2013 (Zitiert auf Seite 1).
- [13] Muquans. *Precision quantum sensors*. Abgerufen am 04.09.2014. URL: <http://www.muquans.com/> (Zitiert auf Seite 2).
- [14] Q. Bodart et al. „A cold atom pyramidal gravimeter with a single laser beam“. In: *Applied Physics Letters* 96.13 (2010). DOI: [10.1063/1.3373917](https://doi.org/10.1063/1.3373917) (Zitiert auf Seite 2).
- [15] T. M. Niebauer et al. „A new generation of absolute gravimeters“. In: *Metrologia* 32.3 (1995), S. 159. DOI: [10.1088/0026-1394/32/3/004](https://doi.org/10.1088/0026-1394/32/3/004) (Zitiert auf Seite 2).
- [16] Jonas Hartwig. „Analyse eines atomaren Gravimeters hinsichtlich eines Quantentests des Äquivalenzprinzips“. Doktorarbeit. Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2013 (Zitiert auf Seiten 2, 29, 32, 43).
- [17] P. Gillot et al. „Stability comparison of two absolute gravimeters: optical versus atomic interferometers“. In: *Metrologia* 51.5 (2014), S. L15–. ISSN: 0026-1394. DOI: [10.1088/0026-1394/51/5/L15](https://doi.org/10.1088/0026-1394/51/5/L15) (Zitiert auf Seite 2).
- [18] Tristan Farah et al. „Underground operation at best sensitivity of the mobile LNE-SYRTE Cold Atom Gravimeter“. In: *arXiv preprint* (2014). URL: <http://arxiv.org/abs/1404.6722> (Zitiert auf Seite 2).
- [19] B. D. Tapley et al. „The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results“. In: *Geophysical Research Letters* 31.9 (Mai 2004), S. L09607–. ISSN: 1944-8007. DOI: [10.1029/2004GL019920](https://doi.org/10.1029/2004GL019920) (Zitiert auf Seite 3).
- [20] Junkee Rhie und Barbara Romanowicz. „Excitation of Earth’s continuous free oscillations by atmosphere-ocean-seafloor coupling“. In: *Nature* 431.7008 (2004), S. 552–556. ISSN: 0028-0836. DOI: [10.1038/nature02942](https://doi.org/10.1038/nature02942) (Zitiert auf Seite 3).
- [21] Alexander Wanner. „Seismic Attenuation System (AEI-SAS) for the AEI 10m Prototype“. Doktorarbeit. Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2013 (Zitiert auf Seiten 3, 33, 35).
- [22] Florence Yver-Leduc et al. „Reaching the quantum noise limit in a high-sensitivity cold-atom inertial sensor“. In: *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* 5.2 (2003), S136–. ISSN: 1464-4266. DOI: [10.1088/1464-4266/5/2/371](https://doi.org/10.1088/1464-4266/5/2/371) (Zitiert auf Seiten 3, 51).
- [23] Ludger Timmen et al. „Observing Gravity Change in the Fennoscandian Uplift Area with the Hanover Absolute Gravimeter“. English. In: *Pure and Applied Geophysics* 169.8 (2012), S. 1331–1342. ISSN: 0033-4553. DOI: [10.1007/s00024-011-0397-9](https://doi.org/10.1007/s00024-011-0397-9) (Zitiert auf Seite 4).
- [24] O. Carnal und J. Mlynek. „Young’s double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer“. In: *Physical Review Letters* 66 (21 1991), S. 2689–2692. DOI: [10.1103/PhysRevLett.66.2689](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.2689) (Zitiert auf Seite 7).

- [25] T. L. Gustavson, P. Bouyer und M. A. Kasevich. „Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope“. In: *Physical Review Letters* 78 (11 1997), S. 2046–2049. DOI: [10.1103/PhysRevLett.78.2046](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.2046) (Zitiert auf Seite 7).
- [26] M. Kasevich und S. Chu. „Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer“. English. In: *Applied Physics B* 54.5 (1992), S. 321–332. ISSN: 0946-2171. DOI: [10.1007/BF00325375](https://doi.org/10.1007/BF00325375) (Zitiert auf Seite 7).
- [27] P. Cheinet. „Conception et Réalisation d’un Gravimètre à AtAtom Freoids“. Dissertation. Université Paris VI, 2006 (Zitiert auf Seite 7).
- [28] Ch. Antoine und Ch.J. Bordé. „Exact phase shifts for atom interferometry“. In: *Physics Letters A* 306.5-6 (2003), S. 277–284. ISSN: 0375-9601. DOI: [10.1016/S0375-9601\(02\)01625-0](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(02)01625-0) (Zitiert auf Seite 12).
- [29] P. Cheinet et al. „Measurement of the Sensitivity Function in a Time-Domain Atomic Interferometer“. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 57.6 (2008), S. 1141–1148. ISSN: 0018-9456. DOI: [10.1109/TIM.2007.915148](https://doi.org/10.1109/TIM.2007.915148) (Zitiert auf Seiten 16, 17, 43).
- [30] The MathWorks Inc. *Matlab - Die Sprache für technische Berechnungen*. abgerufen am 22.07.2014. URL: <http://www.mathworks.de/products/matlab/> (Zitiert auf Seite 21).
- [31] The MathWorks Inc. *Data Acquisition Toolbox - accessing device subsystem*. abgerufen am 22.07.2014. URL: <http://www.mathworks.de/products/daq/description4.html> (Zitiert auf Seite 21).
- [32] The MathWorks Inc. *Documentation Center - Data Acquisition Toolbox*. abgerufen am 22.07.2014. URL: <http://www.mathworks.de/de/help/daq/index.html> (Zitiert auf Seite 21).
- [33] D. Schlippert et al. „Quantum Test of the Universality of Free Fall“. In: *Physical Review Letters* 112 (20 2014), S. 203002. DOI: [10.1103/PhysRevLett.112.203002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.203002) (Zitiert auf Seite 29).
- [34] William D. Phillips. „Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms“. In: *Reviews of Modern Physics* 70 (3 1998), S. 721–741. DOI: [10.1103/RevModPhys.70.721](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.70.721) (Zitiert auf Seite 29).
- [35] Jean Dalibard und Claude Cohen-Tannoudji. „Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models“. In: *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics* 6.11 (1989), S. 2023–2045. ISSN: 1520-8540. DOI: [10.1364/JOSAB.6.002023](https://doi.org/10.1364/JOSAB.6.002023) (Zitiert auf Seite 29).
- [36] M. Gilowski et al. „Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms“. In: *Optics Communications* 280.2 (2007), S. 443–447. ISSN: 0030-4018. DOI: [10.1016/j.optcom.2007.08.043](https://doi.org/10.1016/j.optcom.2007.08.043) (Zitiert auf Seite 32).

- [37] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller und Yurii B. Ovchinnikov. „Optical Dipole Traps for Neutral Atoms“. In: *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*. Hrsg. von Benjamin Bederson und Herbert Walther. Bd. 42. Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics. Academic Press, 2000, S. 95–170. DOI: [10.1016/S1049-250X\(08\)60186-X](https://doi.org/10.1016/S1049-250X(08)60186-X) (Zitiert auf Seite 32).
- [38] Jonas Matthias. „Analyse einer optischen Dipolfalle für Kalium und Rubidium als Quelle für die Atominterferometrie“. Diplomarbeit. Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover, 2013 (Zitiert auf Seite 32).
- [39] Minus K Technology Inc. *Negative-Stiffness Vibration Isolators – How they Work*. Abgerufen am 28.08.2014. URL: [http://www.minusk.com/content/technology/how-it-works\\_passive\\_vibration\\_isolator.html](http://www.minusk.com/content/technology/how-it-works_passive_vibration_isolator.html) (Zitiert auf Seite 35).
- [40] Erhard Wielandt. „Seismometry“. In: *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*. Hrsg. von Paul C. Jennings William H.K. Lee Hiroo Kanamori und Carl Kisslinger. Bd. 81, Part A. International Geophysics. Academic Press, 2002. Kap. 18, S. 283–304. DOI: [10.1016/S0074-6142\(02\)80221-2](https://doi.org/10.1016/S0074-6142(02)80221-2) (Zitiert auf Seite 36).
- [41] Susannah M. Dickerson et al. „Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry“. In: *Physical Review Letters* 111.8 (2013), S. 083001. DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.083001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.083001) (Zitiert auf Seite 51).
- [42] L Zhou et al. „Development of an atom gravimeter and status of the 10-meter atom interferometer for precision gravity measurement“. In: *General Relativity and Gravitation* 43.7 (2011), S. 1931–1942. DOI: [10.1007/s10714-011-1167-9](https://doi.org/10.1007/s10714-011-1167-9) (Zitiert auf Seite 51).
- [43] HITec – Hannover Institut für Technologie. *Atomfontäne*. Abgerufen am 09.09.2014. URL: <http://www.hitec.uni-hannover.de/atomfontaene.html> (Zitiert auf Seite 52).

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Konzept zur Datennahme und -verarbeitung . . . . .	4
2.1	Schematische Darstellung der am Raman-Übergang beteiligten Energie- niveaus. . . . .	8
2.2	Rabi-Oszillation und Pulszeiten . . . . .	9
2.3	Impulsübertrag bei Raman-Übergängen . . . . .	10
2.4	Raum-Zeit-Trajektorien der Atome im Interferometer . . . . .	12
2.5	Verlauf der zeitlichen Sensitivitätsfunktion . . . . .	17
2.6	Spektrale Sensitivitätsfunktion des Atominterferometers . . . . .	19
4.1	Blockdiagramm des Atom-Gravimeters . . . . .	30
4.2	Querschnittansicht der Vakuumkammer . . . . .	31
4.3	Transferfunktion eines harmonischen Oszillators . . . . .	34
4.4	Vorrichtungen zur horizontalen und vertikalen Vibrationsisolierung . . . . .	35
4.5	Vibrationsisolierung mit Nutzlast . . . . .	35
5.1	Zeitlicher Ablauf des Experiments . . . . .	38
5.2	Benutzeroberfläche für die Datennahme . . . . .	39
5.3	Interferometerdaten . . . . .	41
5.4	Anpassung an korrigierte Daten . . . . .	43
5.5	Rauschleistungsdichte der gemessenen Vibrationen . . . . .	44
5.6	Transferfunktion des HiFi-Verstärkers . . . . .	45
5.7	Übertragungsfunktion des Steuersignals auf das Seismometer . . . . .	46
5.8	Spektren bei zusätzlichem Rauschen . . . . .	47
6.1	Schematische Darstellung des QG-1 . . . . .	51
6.2	Schematische Darstellung des VLBAI . . . . .	52



# Tabellenverzeichnis

1.1	Vergleich verschiedener Ansätze zur Reduktion von Vibrationseinflüssen .	2
1.2	Seismische Rauschquellen mit korrespondierenden Frequenzen . . . . .	3
3.1	Parameter der Klasse <code>daq.ni.Session</code> mit Wertebereich und Erläuterungen	22
3.2	Vergleich der Effizienz verschiedener Speichermethoden . . . . .	27



# Programmcodes

3.1	Beispielprogramm zur Datenaufnahme. . . . .	23
3.2	Beispielprogramm zur Datenausgabe . . . . .	24
3.3	Beispielprogramm für digitale Daten und Trigger. . . . .	25
5.1	Programm zur Erzeugung der Sensitivitätsfunktion. . . . .	40
A.1	Programm zur Aufnahme, Umrechnung und Anzeige von drei Seismometerkanälen. . . . .	63
A.2	Programm zum Vergleich verschiedener Speichermethoden. . . . .	65
A.3	Programm zur Berechnung der Korrekturphasen. . . . .	66



# A Programmcodes

## A.1 Aufnahme, Umrechnung und Anzeige von Seismometerdaten

Das folgende Matlab-Programm wurde zu Testzwecken verwendet, um die drei Kanäle des Seismometers (zwei Horizontale und eine Vertikale Achse) anzuzeigen. Es bietet ein zusammenhängendes Beispiel für die Datennahme im Hintergrund mit einer einfachen Datenverarbeitung in Echtzeit. Es besteht aus zwei Funktionen, die durch `function ...` `end` eingerahmt werden. Im ersten Programm `Guralp0szi` wird eine Datennahme-Session konfiguriert. Anschließend wird das Anzeige-Fenster erstellt in dem die Daten angezeigt werden. Für die Datennahme-Session wird ein Listener erzeugt, der die Funktion `plotData` aufruft. In dieser Funktion wird durch Mittelung die Sampling-Rate des Signals reduziert, die gemessenen Spannungen in Geschwindigkeiten umgerechnet und angezeigt.

---

```
1 function Guralp0szi
2     % GURALPOSZI continuously monitors three
3     % Seismometer Channels
4
5     % session setup
6     s = daq.createSession('ni');
7     s.addAnalogInputChannel('dev1', 'ai0', 'Voltage');
8     s.addAnalogInputChannel('dev1', 'ai1', 'Voltage');
9     s.addAnalogInputChannel('dev1', 'ai2', 'Voltage');
10
11     s.Channels(1).Range = [-1,1];
12     s.Channels(2).Range = [-1,1];
13     s.Channels(3).Range = [-1,1];
14     s.IsContinuous = 1;
15     s.Rate = 1e5;
16
17     % figure setup
18     CH = [1,2,3];
19     CHnames = {'N/S', 'E/W', 'U/D'};
20     fh = figure;
21     ph = plot(linspace(-10,0, 1e3), zeros(1e3, length(CH)));
22     legend(CHnames(CH), 'Location', 'SouthWest')
23     xlabel('time [s]')
```

```
24     ylabel('velocity [m/s]')
25
26     % listener and start
27     lh = s.addlistener('DataAvailable', @(src, event) ...
28         plotData(src, event, CH, ph));
29     s.startBackground;
30
31     % stop after Enter hit
32     input('Press Enter to stop', 's');
33     s.stop;
34     delete(lh);
35     close(fh);
36     fprintf('stopped\n')
37 end
38
39 function plotData(src, event, CH, ph)
40     % plot event data
41     rate = get(src, 'Rate');
42     meanOver = rate/1e2;
43     data = get(ph, 'YData'); % get plot data
44     data = cell2mat(data);
45     S = size(event.Data');
46     % resampling to 100 Hz and conversion to m/s
47     newdata = squeeze(mean(reshape(event.Data'/800, S(1), ...
48         meanOver, S(2)/meanOver), 2));
49     % add new data to plot
50     data = [data(:, length(newdata)+1:end), newdata(CH,:)];
51     data = num2cell(data, 2);
52     set(ph, {'YData'}, data)
53 end
```

---

**Programmcodes A.1:** Programm zur Aufnahme, Umrechnung und Anzeige von drei Seismometerkanälen.

## A.2 Programm zum Vergleich verschiedener Speichermethoden

Das folgende Programm dient zum Vergleich der verschiedenen in Matlab verfügbaren Speichermethoden im Bezug auf Geschwindigkeit und Speicheraufwand. Zunächst wird ein Array erstellt, in dem später die benötigten Zeiten gespeichert werden. Anschließend folgt eine Schleife, die 1000 mal ein  $10^6 \times 1$ -Array von Zufallszahlen erzeugt, dieses auf drei verschiedene Arten speichert und jeweils die benötigte Zeit misst: Im Matlab-eigenen Format mit dem `save`-Befehl, im Text-Format mit `fprintf` und binär mit `fwrite`. Der Format-String `'\%e\n'` im Argument von `fprintf` steht für die Exponentialdarstellung (`'\%e'`) der Zahlen, die durch einen Zeilenumbruch getrennt werden (`'\n'`). Am Schluss wird der Mittelwert der jeweiligen Zeiten für die drei Methoden berechnet und ausgegeben. Die Ergebnisse sind in [Tabelle 3.2](#) aufgeführt.

---

```
1 T = zeros(1000,3); % Array für Zeiten
2
3 for i=1:1000
4     DATA = randn(1e6,1); % Zufallszahlen erstellen
5
6     % Matlab-Format
7     tic
8     save('SaveTest/matlab.mat', 'DATA');
9     T(i,1) = toc;
10
11    % Text-Format
12    tic
13    fid = fopen('SaveTest/text.txt','w');
14    fprintf(fid, '%e\n', DATA);
15    fclose(fid);
16    T(i,2) = toc;
17
18    % Binär-Format
19    tic
20    fid = fopen('SaveTest/binary.bin', 'w');
21    fwrite(fid, DATA, 'float64');
22    fclose(fid);
23    T(i,3) = toc;
24 end
25
26 mean(T)
```

---

Programmcode A.2: Programm zum Vergleich verschiedener Speichermethoden.

### A.3 Berechnung der Korrekturphasen

Das folgende Programm wurde für die Berechnung von Korrekturphasen aus Seismometerdaten verwendet. Die Daten wurden Parallel zu den Interferometriezyklen aufgenommen und gespeichert. Zuerst wird die zum Datensatz gehörige Informationsdatei gelesen. Hier ist die Arraygröße und die verwendete Samplingfrequenz gespeichert. Anschließend werden die für die Berechnung nötigen Konstanten definiert und es wird das Array mit der Sensitivitätsfunktion erstellt (Z. 18-24). Dabei wird die in [Programmcode 5.1](#) gezeigte Funktion verwendet. In einer For-Schleife werden die gespeicherten Daten zeilenweise gelesen (Z. 29), mittels der Transferfunktion des Seismometers in Geschwindigkeiten umgerechnet (Z. 30) und die Korrekturphase berechnet (Z. 31).

---

```
1 function Data2Phase
2
3 infoFile = 'acc_ds.info';
4 FILE = 'acc_ds.dat';
5 % % Expected file format for info file:
6 % cols = 500
7 % rows = 5
8 % samp = 1000
9 % time : 2014-01-17 19:07:06
10
11 fid = fopen(infoFile, 'r');
12 for k = 1:3
13     eval([fgetl(fid),',';']);
14 end
15 fclose(fid);
16
17 % % % % % SETTINGS % % % %
18 T = 80e-3;
19 tau = 13.75e-6;
20 delay = 33e-3; % 33ms
21 keff = 4*pi / 780e-9;
22 % % % % % % % % % % % % %
23 N_d = delay*samp;
24 g = SensitivityFunction(samp, T, tau);
25
```

```
26 phi_vib = zeros(rows, 1); % allocation
27 fid = fopen(FILE, 'r');
28 for k = 1:rows
29     vib_data = fread(fid, [cols, 1], 'float64');
30     vel = SeisFilter(vib_data, samp, 'Guralp');
31     phi_vib(k) = sum(keff*g.*vel(:,N_d+1:N_d + ...
        length(g)), 2)/samp;
32 end
33 fclose(fid);
34
35 save('phi_vib_ds.mat', 'phi_vib')
```

---

**Programmcode A.3:** Programm zur Berechnung der Korrekturphasen.



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mich auf dem Weg durch das Studium bis zu meiner Masterarbeit unterstützt und begleitet haben.

Ich danke Professor Ernst M. Rasel für die Ermöglichung und Betreuung dieser Arbeit und für das Schaffen einer Arbeitsgruppe, in der es sich hervorragend arbeiten und lernen lässt. Ich danke Professor Wolfgang Ertmer für die Übernahme des Koreferats.

Ein besonderer Dank gilt Jonas für die Betreuung über die gesamte Zeit meiner Masterarbeit und besonders für die Korrekturen und Denkanstöße beim Schreiben. Ich danke Dennis, Henning und Logan für die gute Zusammenarbeit im ATLAS-Team, für lehrreiche Diskussionen, Korrekturen und die schönen Gespräche auf dem Balkon bei Bier und Sonnenuntergang. Außerdem Danke ich Christian für die spontane Beantwortung vieler Fragen.

Ein großes Danke gilt Teresa, die immer für mich da ist und mich auch in den stressigen und frustrierenden Phasen unterstützt und ohne die in dieser Arbeit bedeutend mehr Rechtschreibfehler zu finden wären. Ich bedanke mich herzlich bei Tobias und Michael für Anerkennung und Kritik, für unterhaltsame Abende, durchgemachte Nächte und besonders fürs Verzeihen des Satzes „Nee, ich kann nicht, muss Masterarbeit schreiben“. Ich danke auch Patrick, Daniel, Chris, Görge, Andy und Markus für die tiefgreifenden Gespräche und spannenden Wochenenden. Ich danke meinen Kommilitonen Kai, Erik, Paul, Katja, Janis, Maike, Severin, Stephanie, Nico, Jakob, ... ohne euch hätte das Physikstudium sicher nicht einmal halb soviel Spaß gemacht.

Zum Schluss bedanke ich mich bei meinen Eltern, ohne deren Liebe und vielseitige Unterstützung ich nicht der wäre, der ich heute bin.

**DANKE!**



# Selbständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, als solche kenntlich gemacht zu haben. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Hannover, den 6. Oktober 2014

---

(Christian Meiners B. Sc.)