

Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung  
für das Lehramt an Gymnasien  
im Land Niedersachsen

---

AUFBAU EINES LASERSYSTEMS ZUR  
DETEKTION UND MANIPULATION  
VON ATOMEN

---

- Staatsexamensarbeit im Fach Physik -

angefertigt von

**André Philipp Kulosa**

am Institut für Quantenoptik

unter Anleitung von  
Prof. Dr. Jan Arlt

Betreuer: Manuel Scherer  
Oliver Topic

Bearbeitungszeitraum: 18. Dez. 2008 - 18. Jun. 2009



Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung  
für das Lehramt an Gymnasien  
im Land Niedersachsen

**Aufbau eines Lasersystems zur Detektion und Manipulation  
von Atomen**

Staatsexamensarbeit

vorgelegt dem  
Niedersächsischen Landesamt für Lehrerbildung und Schulentwicklung (NiLS)

Referent: Prof. Dr. Jan Arlt  
Koreferent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer

18. Juni 2009



## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Examensarbeit wurde ein neues Lasersystem aufgebaut, das im Kalium-Rubidium-Experiment (KRb) am Institut für Quantenoptik der Leibniz Universität Hannover Anwendung finden wird.

Zu diesem Zweck entstand ein Diodenlaser im neuartigen linearen Design, zusätzlich zu dem bereits bestehenden Laser in der Littrow-Konfiguration. Beide Laser sind sogenannte Diodenlaser mit externem Resonator (*engl.*: External Cavity Diode Laser - ECDL).

Je nach Bedarf erlaubt das Lasersystem vielfältige Operationen mit dem Laserlicht. Jeder der Laser wird separat über einen akusto-optischen Modulator (AOM) und eine Faser zum Experimentaufbau übertragen. AOMs ermöglichen ein schnelles Schalten von Licht. Das alte Lasersystem ist im Einfachpass mit 80 MHz-AOM aufgebaut, während das neue System einen 80 MHz-AOM im Doppelpass durchläuft und so auch eine Frequenzeinstellung ermöglicht.

Ferner werden die Laser auf einem 50/50-Strahlteiler für eine Schwebungsmessung überlagert. Diese erlaubt, mit entsprechender Elektronik, eine Anbindung des Littrow-Lasers an den neuen ECD-Laser. An dieser Stelle bietet das System die Möglichkeit, einen weiteren Faserkoppler zu installieren, um einen dritten, externen Laser auf dem Strahlteiler zu überlagern.

Ein weiterer Bestandteil des Lasersystems ist die Phasenmodulation des neuartigen ECD-Lasers durch einen elektro-optischen Modulator (EOM). Damit ist es möglich, den Laser über die Frequenzmodulationsspektroskopie (FMS) auf die gewünschte atomare Resonanz zu stabilisieren.

Ein großer Vorteil dieser Lasersystem-Konzeption ist deren Mobilität und Vielseitigkeit aufgrund der portablen Montageplatte. Dies bietet vielfältige und flexible Einsatzmöglichkeiten u.a. zur Charakterisierung weiterer Laser im Neubau. Dabei besitzt der neue ECD-Laser eine instantane Linienbreite  $\Delta\nu_{ECDL} = 169,48 \text{ kHz}$ , die in einer Schwebungsmessung mit dem Referenzlaser des Cold Atom Sagnac Interferometers (CASI) ermittelt wurde. Von diesem Ergebnis ausgehend, ergibt sich die Linienbreite des Littrow-Lasers zu  $\Delta\nu_{Littrow} = 526,56 \text{ kHz}$ .

Diese Arbeit beschreibt den Aufbau des neuen Lasersystems und geht dabei besonders auf die Methode der Frequenzstabilisierung ein.



---

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Der Diodenlaser mit externem Resonator</b>	<b>5</b>
2.1	Das Prinzip von Halbleiterlasern . . . . .	5
2.2	Diodenlaser in Littrow-Konfiguration . . . . .	11
2.3	Diodenlaser in Littman-Konfiguration . . . . .	12
2.4	Diodenlaser im linearen Resonator . . . . .	14
2.5	Die Linienbreite von Lasern . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Grundlegende Methoden der Laserspektroskopie</b>	<b>21</b>
3.1	Doppler-freie Sättigungsspektroskopie . . . . .	21
3.2	Frequenzmodulationsspektroskopie . . . . .	24
3.3	Der elektro-optische Modulator . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Aufbau eines frequenzstabilisierten Lasersystems</b>	<b>33</b>
4.1	Das neue Lasersystem . . . . .	33
4.2	Stabilisierung durch ein doppler-freies Absorptionssignal . . . . .	35
4.2.1	Elektronik zur Erzeugung der Modulationsfrequenz . . . . .	35
4.2.2	Von der Modulation zum Fehlersignal . . . . .	37
4.3	Der ECD-Laser im linearen Resonator . . . . .	39
4.3.1	Aufbau des Resonators . . . . .	39
4.3.2	Charakterisierung des ECD-Lasers . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Ausblick</b>	<b>45</b>
<b>A</b>	<b>Herleitung der Intensität am Photodetektor</b>	<b>47</b>

<b>B Schwebungsmessungen</b>	<b>49</b>
<b>C Schaltbilder</b>	<b>53</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>57</b>

# KAPITEL 1

---

## Einleitung

---

### Ultrakalte Atome und Moleküle

Einstein beschrieb 1924 nach Vorüberlegungen von Bose in seiner „Quantentheorie des einatomigen idealen Gases“ die Realisierung eines makroskopischen Zustands mit verschwindender Entropie bei Temperaturen nahe dem absoluten Nullpunkt. Die Atome befänden sich dann im selben quantenmechanischen Zustand, der als quantenentartetes Regime bezeichnet wird: das Bose-Einstein-Kondensat (*engl.*: BEC) [1].

Erst 71 Jahre nach den theoretischen Vorhersagen von Bose und Einstein, gelang es 1995 schließlich mehreren Arbeitsgruppen, erstmals solch ein Kondensat experimentell mit Rubidium-Gasen (Anderson *et al.*) bzw. mit Natrium-Gasen (Davis *et al.*) nachzuweisen [2].

Um die Eigenschaft dieser ungewöhnlichen Zustandsbesetzung mit Atomen untersuchen zu können, ist es notwendig, diese möglichst gut zu kontrollieren. Am besten wäre es, die Atome fangen zu können und ihre mittlere kinetische Energie durch Abkühlung zu verringern. Realisiert wird dies im Experiment in einer sogenannten magneto-optischen Falle (*engl.*: MOT). Gegenläufiges Laserlicht wird aus allen drei Raumrichtungen eingestrahlt. Ist dieses Licht resonant zu einem bestimmten atomaren Übergang, kann es durch das Atom absorbiert werden. In Folge dessen kommt es zu einem Impulsübertrag zwischen Photon und Atom, der die Bewegung des Atoms verringert. Diese Laserstrahlanordnung wird als „optische Melasse“ bezeichnet, da die gegenläufigen Laser auf die Atome wie ein zähes Fluid wirken, dass sie zu durchdringen versuchen. Ein angelegtes Magnetfeld sorgt schließlich dafür, dass die vorgekühlten Atome an ihrem Ort gehalten werden können. Vorreiter dieser Methode der Laserkühlung waren die Physiker

---

S. Chu, C. Cohen-Tannoudji und W. Phillips, die für ihre Forschungsergebnisse 1997 mit dem Nobelpreis geehrt wurden [14].

Für das Erreichen des quantenentarteten Regimes sind die nun vorgekühlten Atome jedoch noch zu energiereich, so dass weitere Kühlverfahren angewandt werden müssen. Je nachdem, ob es sich bei dem atomaren Ensemble um ein bosonisches Gas (die Atome haben einen ganzzahligen Gesamtspin) oder um ein fermionisches Gas (die Atome haben einen halbzahligen Gesamtspin) handelt, unterscheiden sich die Kühlverfahren. Für Bosonen, wie das häufig genutzte  $^{87}\text{Rb}$ , hat sich die direkte evaporative Kühlung als zuverlässige Methode etabliert.

Bei der Evaporation werden Frequenzen eingestrahlt, die jeweils die „heisesten“ Atome anregen. Deren Energie ist in Folge dessen groß genug, um ein Verlassen der Magnetfalle zu ermöglichen. Die verbleibende Atomwolke rethermalisiert und kühlt sich im Mittel ab [24]. Somit kann die Quantenentartung erreicht werden. Zur zustandsunabhängigen Manipulation des Ensembles dient die Dipolfalle. Hier wechselwirken Laserstrahlen mit den Atomen und induzieren ein elektrisches Dipolmoment. In dem Wechselwirkungspotential, das durch das elektrische Feld und dem dadurch induzierten Dipolmoment entsteht [26], können die Atome gespeichert werden. Durch kontinuierliches Absenken des Potentials ist es auch hier möglich, Temperaturen im nK-Regime zu erreichen und Bose-Einstein-Kondensate zu realisieren.

Wie bereits eingangs erwähnt, zeichnet sich das Bose-Einstein-Kondensat dadurch aus, dass sich die Atome im selben quantenmechanischen Zustand befinden. Für Spin-1/2-Teilchen, wie das experimentell genutzte fermionische  $^{40}\text{K}$ , ist so eine Anordnung nicht möglich. Gemäß des Pauli-Prinzips können sich nur zwei Teilchen mit anti-parallelem Spin im selben Zustand befinden. Die direkte Kühlung in das Quantenregime durch Evaporation ist daher in diesem Fall nicht anwendbar. Dieser Umstand wird mittels des sogenannten sympathetischen Kühlverfahrens umgangen. Dabei liegt in der Experimentierzelle ein Gasgemisch aus  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{40}\text{K}$  vor. Durch Stöße mit dem ultrakalten Rubidium ist es möglich, auch das Kalium in das Quantenregime zu kühlen.

Quantenentartete Gasgemische aus  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{40}\text{K}$  lassen sich darüberhinaus zur Erzeugung heteronuklearer Moleküle (sog. Bose-Fermi-Mischungen) nutzen, deren Erforschung in Verbindung mit den auftretenden Feshbach-Resonanzen ein interessantes und vielversprechendes Teilgebiet der Quantenphysik darstellt [16].

Grundlage für die beschriebenen, höchstpräzisen Experimente sind äußerst schmalbandige und stabile Laser. Ziel dieser Arbeit ist es, ein neues Lasersystem aufzubauen, welches den genannten Anforderungen entspricht. Bei hoher, flexibler Ausgangsleistung verspricht die hohe Stabilität bei geringerer Linienbreite insbesondere eine Verbesserung der Detektion von Atomen im KRb-Experiment.

- Kapitel 2 gibt eine Einführung in die Physik der Halbleiterlaser. Darüber hinaus werden zwei Möglichkeiten zur Realisierung eines Diodenlasers mit externem Resonator vorgestellt. Abschließend erfolgt eine Betrachtung der Linienbreite von Lasern.
- In Kapitel 3 werden die notwendigen Verfahren der Laserspektroskopie vorgestellt. Es wird der Doppler-Effekt als Ursache für eine Verbreiterung der Linienbreite eines atomaren Übergangs behandelt, sowie das Verfahren zur spektroskopischen Auflösung der Hyperfeinstruktur von Atomen. Zuletzt erfolgt die Erläuterung der Technik der Frequenzmodulationsspektroskopie, mit Hilfe derer das entstandene Lasersystem stabilisiert wird.
- Kapitel 4 beschreibt den Aufbau des Lasersystems und die durchgeführte Stabilisierung durch Frequenzmodulationsspektroskopie. Anschließend wird auf die experimentelle Realisierung des ECD-Lasers, sowie seiner Charakteristika eingegangen.
- Kapitel 5 gibt schließlich einen Ausblick auf zukünftige Einsatzmöglichkeiten des Lasersystems.



# KAPITEL 2

---

## Der Diodenlaser mit externem Resonator

---

Physikalische Hochpräzisions-Experimente verlangen äußerst stabile Laser. Dabei besteht die Wahl zwischen Titan:Saphir-Lasern und Diodenlasern. Letztere haben den Vorteil der Nutzbarkeit kommerzieller Laserdioden, die die Herstellungskosten eines solchen Lasers auf niedrigem Niveau halten. Durch die Wahl eines geeigneten externen Resonators ist es möglich, schmalbandige Laser zu produzieren.

Aufgrund dieser attraktiven Bedingungen war es von Interesse, solch einen Diodenlaser für das neue Lasersystem herzustellen. Dieses Kapitel beschäftigt sich daher mit den theoretischen Hintergründen und vergleicht mögliche Konfigurationen für einen externen Resonator.

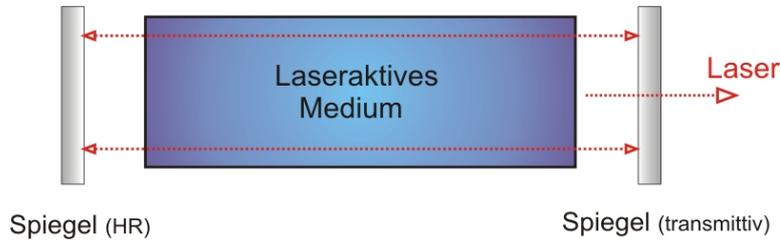
### 2.1 Das Prinzip von Halbleiterlasern

Grundlage jedes Lasers ist die Verstärkung von Licht aufgrund stimulierter Emission (*engl.*: **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation). Dieser Prozess erfolgt innerhalb eines Resonators im laseraktiven Medium, welches das Licht aufgrund von Reflexionen an den Resonatorspiegeln mehrfach durchläuft (Abb. 2.1).

Im Folgenden wird ein Zwei-Niveau-System mit Grundzustand  $|g\rangle$ , angeregtem Zustand  $|a\rangle$  und Übergangsfrequenz  $\nu_0$  betrachtet. Um vom Grundzustand in den angeregten Zustand zu gelangen, muss ein Photon der Energie

$$E_{Ph} = h\nu = E_{|a\rangle} - E_{|g\rangle} \quad (2.1)$$

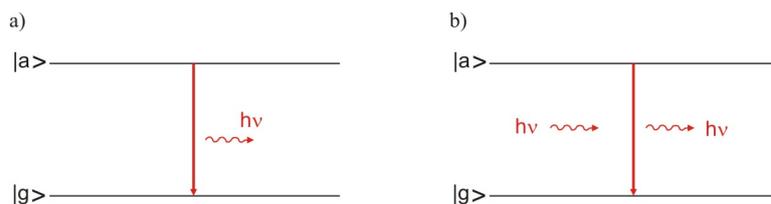
absorbiert werden.



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung des Prinzips eines Lasers. Das Licht wird von den Spiegeln reflektiert und durchläuft mehrfach den Resonator.

Stimulierte Emission wird durch ein vorhandenes Strahlungsfeld hervorgerufen. Befindet sich ein Atom, Ion oder Molekül im angeregten Zustand, kann ein Photon der Energie  $E_{Ph}$  das System unter stimulierter Emission eines Photons derselben Energie und derselben Ausbreitungsrichtung in den Grundzustand  $|g\rangle$  überführen (vgl. Abb. 2.2 b) ). Da hierbei die Phase und die Polarisation beider Photonen übereinstimmen, ist dies ein kohärenter Prozess.

Eine andere Möglichkeit, vom angeregten Zustand  $|a\rangle$  in den Grundzustand  $|g\rangle$  zurückzukehren, ist die spontane Emission. Hier kehrt ein Atom unabhängig von einem äußeren Strahlungsfeld nach einer Verweilzeit  $\tau$  in den Zustand  $|g\rangle$  zurück. Die Zeit  $\tau$  entspricht der mittleren Lebensdauer im Zustand  $|a\rangle$ . Dieser Zerfall kann mit der Emission eines Photons nach (2.1) verbunden sein. Zeitpunkt der Emission, Phase sowie Polarisation des Photons ist in diesem Fall zufällig. Daher liefert dieser Vorgang inkohärente Strahlung [21] (Abb. 2.2 a) ).



**Abbildung 2.2:** a) Spontane Emission: Die Energie, Phase und Polarisation sowie Richtung des Photons ist willkürlich. Dieser Vorgang ist unabhängig von einem vorhandenen Strahlungsfeld. b) Stimulierte Emission: Das emittierte Photon ist identisch mit den Photonen des vorhandenen Strahlungsfeldes.

### Ratengleichungsmodell des Lasers

Das einfachste Modell für die theoretische Beschreibung eines Lasers sind die Ratengleichungen für das Zwei-Niveau-System, welche induzierte Absorption sowie stimulierte und spontane Emission miteinander in Beziehung setzen. Um eine Lichtverstärkung zu erzielen, muss die Photonendichte  $\tilde{n}$  im Resonator zunehmen, es muss also gelten:

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} > 0 \quad (2.2)$$

Die zeitliche Änderung der Photonendichte  $\tilde{n}$  ist gegeben durch die Ratengleichung

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = A_{|a\rangle|g\rangle} N_{|a\rangle} + u(\nu) (B_{|a\rangle|g\rangle} N_{|a\rangle} - B_{|g\rangle|a\rangle} N_{|g\rangle}). \quad (2.3)$$

Um die Gleichung nachvollziehen zu können, werden die verschiedenen Terme zunächst einzeln betrachtet:  $A_{|a\rangle|g\rangle}$  ist ein sogenannter Einstein-Koeffizient, der die Wahrscheinlichkeit angibt, dass ein Atom innerhalb einer Sekunde spontan ein Photon der Energie  $E_{Ph}$  emittiert und vom Zustand  $|a\rangle$  in den Zustand  $|g\rangle$  übergeht. Der Einstein-Koeffizient wird multipliziert mit der Besetzungsdichte  $N_{|a\rangle}$  des angeregten Zustands. Der erste Term in (2.3) berücksichtigt also die durch spontane Emission auftretenden Photonen.

Der Einstein-Koeffizient  $B_{|a\rangle|g\rangle}$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass bei einem Übergang von  $|a\rangle$  nach  $|g\rangle$  ein Photon durch stimulierte Emission entsteht,  $B_{|g\rangle|a\rangle}$  bezieht sich dabei auf die induzierte Absorption. Beide Prozesse sind induzierte Prozesse und somit abhängig von einem äußeren Strahlungsfeld  $u(\nu)$ . Die Änderung der Photonendichte wird also bestimmt durch den Gewinn von Photonen durch spontane bzw. stimulierte Emission sowie durch Verluste von Photonen durch induzierte Absorption. Unter Verwendung der Beziehung  $e_{|a\rangle} B_{|a\rangle|g\rangle} = e_{|g\rangle} B_{|g\rangle|a\rangle}$  vereinfacht sich Gleichung (2.3) zu

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = A_{|a\rangle|g\rangle} N_{|a\rangle} + u(\nu) B_{|a\rangle|g\rangle} \left( N_{|a\rangle} - \frac{e_{|a\rangle}}{e_{|g\rangle}} N_{|g\rangle} \right), \quad (2.4)$$

wobei die  $e_i$  den Entartungsgraden der beteiligten Energieniveaus entsprechen [22].

Gleichung (2.2) ist erfüllt, wenn gilt:

$$\frac{N_{|a\rangle}}{e_{|a\rangle}} > \frac{N_{|g\rangle}}{e_{|g\rangle}}. \quad (2.5)$$

Dies ist die Voraussetzung für die Verstärkung des Laserlichts: Das angeregte Energieniveau  $|a\rangle$  ist stärker besetzt als der Grundzustand  $|g\rangle$ . In diesem Fall spricht man auch von der sogenannten Besetzungsinversion. Mit dem hier genutzten Modell lässt sich eine Besetzungsinversion allerdings nicht erreichen, dafür

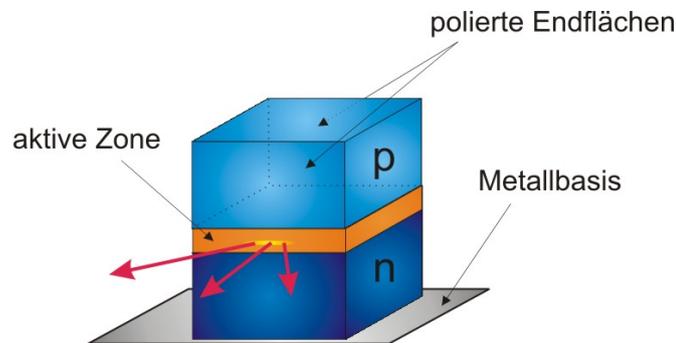


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau einer Laserdiode

ist mindestens ein Drei-Niveau-System notwendig: Atome im Grundzustand werden durch Absorption in ein Energieniveau  $E_1$  mit kurzer Lebensdauer angeregt. Durch strahlungslose Übergänge wechseln sie von dort in ein meta-stabiles Energieniveau  $E_2$  mit  $E_1 > E_2 > E_{|g\rangle}$ . Dieses Niveau  $E_2$  stellt den Laserübergang dar [18].

### Anwendung auf den Halbleiterlaser

Bei Halbleiterlasern ist das aktive Medium durch eine p-n-Halbleiterdiode (vgl. Abb. 2.3) gegeben, die in Durchlassrichtung von einem Strom durchflossen wird. Im n-dotierten Bereich herrscht ein Elektronenüberschuss, im p-dotierten Bereich dagegen ein Elektronenmangel mit unbesetzten Zuständen, den sogenannten Löchern. In der Grenzschicht, die sich zwischen diesen beiden Bereichen befindet, können Elektronen, die durch einen Pumpprozess in das energetisch höher liegende Leitungsband gelangt sind, in die erwähnten freien Zustände kleinerer Energie fallen (Elektron-Loch-Rekombination, Abb. 2.4). Die Rekombination geschieht unter Emission von Photonen [20].

Der Hauptunterschied zwischen Lasern auf atomarer oder molekularer Basis

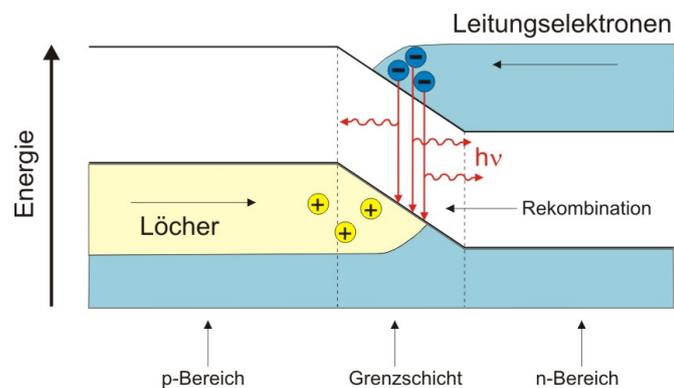
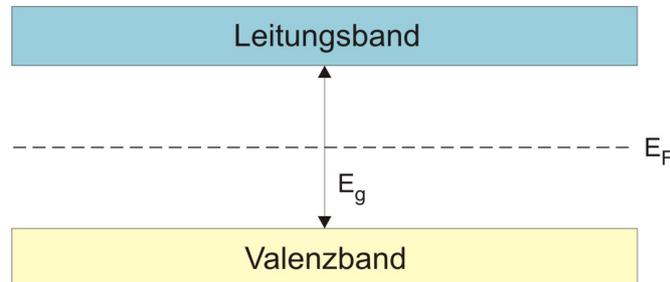


Abbildung 2.4: Energieniveauschema eines p-n-Halbleiters



**Abbildung 2.5:** Bändermodell eines idealen Halbleiters

(z.B. HeNe-Laser) und den Halbleiterlasern besteht darin, dass die Energieniveaus im Halbleiter als kontinuierliche Verteilungen und nicht als diskrete Zustände angesehen werden dürfen. Der Laserübergang findet demnach nicht, wie oben dargestellt, zwischen zwei genau definierten Energieniveaus statt, sondern zwischen Zuständen, die eine Energieverteilung aufweisen. Abb. 2.5 zeigt das Energieniveauschema eines idealen Halbleiters.

Das Energiespektrum besteht aus breiten Bändern: Dem Valenzband  $V$  und dem Leitungsband  $L$ , die durch eine Region „verbotener Energie“, der Bandlücke  $E_g$ , separiert sind. Jedes Band besteht aus einer großen Anzahl von Zuständen, die sehr dicht beieinander liegen und ein Quasi-Kontinuum bilden. Gemäß dem Pauli-Prinzip kann jeder dieser Zustände nur von maximal zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin besetzt werden. Die Besetzungswahrscheinlichkeit  $f(E)$  für einen beliebigen Zustand ergibt sich durch die Fermi-Dirac-Statistik zu

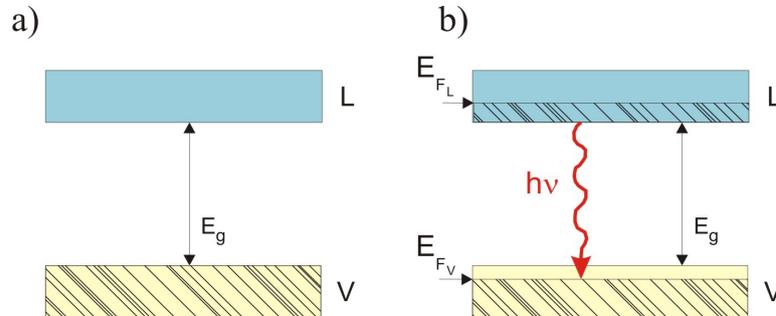
$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/k_B T}} \quad , \quad (2.6)$$

wobei  $E_F$  die Energie des Fermi-Niveaus,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante und  $T$  die absolute Temperatur repräsentieren. Für  $T \rightarrow 0$  folgt

$$\begin{aligned} f(E) &= 1 \quad \text{für} \quad E < E_F, \\ f(E) &= 0 \quad \text{für} \quad E > E_F. \end{aligned}$$

Das Fermi-Niveau, das laut Fermi-Dirac-Statistik eine Besetzungswahrscheinlichkeit von  $f(E_F) = 1/2$  besitzt, stellt demnach bei  $T = 0$  K die Grenze zwischen voll besetzten und leeren Zuständen dar. Für einen gewöhnlichen Halbleiter befindet sich das Fermi-Niveau innerhalb der Energielücke, was bedeutet, dass für  $T = 0$  K das Valenzband vollständig gefüllt und das Leitungsband leer ist. In diesem Fall leitet der Halbleiter nicht, es liegt ein Isolator vor (vgl. Abb. 2.6 a). Dieser Spezialfall wird im Folgenden genutzt, um eine allgemeine Bedingung für Laseraktivität unabhängig von der Temperatur herzuleiten.

Es wird zunächst gezeigt, wie die für den Laserbetrieb notwendige Besetzungsinversion erreicht werden kann. Aus dem Valenzband werden Elektronen



**Abbildung 2.6:** Funktionsprinzip eines Halbleiterlasers. Die schattierten Bereiche stellen die besetzten Zustände dar.

in das Leitungsband transferiert (z.B. durch Anlegen einer Spannung). Dabei hinterlassen sie an ihrem ursprünglichen Ort ein „Loch“. Nach einer kurzen Zeit ( $\sim 10^{-13}$  s) nehmen die Elektronen im Leitungsband den niedrigst möglichen Energiezustand innerhalb dieses Bandes ein. Auch die Elektronen, die sich nahe der Oberkante des Valenzbandes befinden, diffundieren in die niedrigsten, unbesetzten Löcher. Wenn ein Elektron innerhalb des Bandes seine Position ändert, hinterlässt es am Ursprungsort ein Loch. Am oberen Bereich des Valenzbandes sammeln sich mit der Zeit die Löcher und es kommt zu einer Besetzungsinversion zwischen Valenz- und Leitungsband, wie in Abb. 2.6 b) gezeigt. Fallen die Elektronen aus dem Leitungsband zurück in das Valenzband, um mit den offenen Zuständen zu rekombinieren, wird dabei ein Photon emittiert. Platziert man die Diode in einem geeigneten Resonator, so erhält man schließlich einen Laser [23].

### Bedingung für Laseraktivität

Aus Abb. 2.6 b) folgt, dass die Frequenz  $\nu$  der emittierten Strahlung die Bedingung

$$E_g < h\nu < E_{F_L} - E_{F_V} \quad (2.7)$$

erfüllen muss. Fällt Strahlung dieses Frequenzbereichs ein, wird sie verstärkt, während Photonen der Energie  $h\nu > E_{F_L} - E_{F_V}$  absorbiert werden, da sie Übergänge von besetzten Zuständen im Valenzband in freie Zustände des Leitungsbandes induzieren können. Die sogenannten Quasi-Ferminiveaus  $E_{F_L}$  bzw.  $E_{F_V}$  trennen bei einer Temperatur von  $T = 0$  K die besetzten Zustände von den unbesetzten im Leitungs- bzw. Valenzband. Analog zu (2.6) kann deren Besetzungswahrscheinlichkeit durch

$$f_L(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_{F_L})/k_B T}} \quad \text{bzw.} \quad (2.8)$$

$$f_V(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_{F_V})/k_B T}}$$

beschrieben werden. Für die Laseraktivität ist die Besetzungsinversion

$$\sigma = N_{|a\rangle} - N_{|g\rangle} > 0 \quad \text{für} \quad e_{|g\rangle} = e_{|a\rangle} = 1 \quad (\text{vgl. (2.5)}) \quad (2.9)$$

notwendig. Die Besetzung des oberen Niveaus ist gegeben durch das Produkt aus der Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektronen im Leitungsband  $f_L$  und der Wahrscheinlichkeit der Nicht-Besetzung im Valenzband  $(1 - f_V)$ . Analog gilt für die Besetzung des unteren Niveaus  $f_V(1 - f_L)$ . Die Bedingung für Laseraktivität (2.9) ist somit erfüllt, wenn gilt:

$$f_L(1 - f_V) - f_V(1 - f_L) > 0 . \quad (2.10)$$

Diese Ungleichung impliziert die Aussage  $f_L > f_V$ . Unter Verwendung von (2.8) folgt schließlich

$$E_{F_L} - E_{F_V} > E_2 - E_1 = h\nu , \quad (2.11)$$

wobei  $E_1$  bzw.  $E_2$  die Energie des unteren bzw. des oberen Laserniveaus darstellen. Da die Gleichung temperaturunabhängig ist, gilt die Verstärkungsbedingung (2.7) für jede Temperatur  $T$ . Eine vorhandene Besetzungsinversion zwischen Leitungs- und Valenzband, sowie eine geeignete Rückkopplung in einem Resonator wird die stimulierte Emission letztendlich zur Laseroszillation führen.

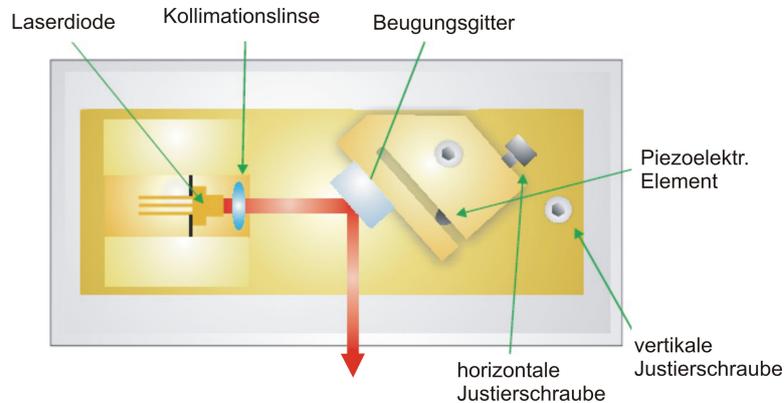
In den folgenden Abschnitten werden zwei grundlegende Möglichkeiten für Halbleiterlaser mit externem Resonator samt ihren Vor- und Nachteilen vorgestellt, wobei besonders auf die Bauweise des während dieses Projektes entstandenen Lasers eingegangen wird.

## 2.2 Diodenlaser in Littrow-Konfiguration

Diodenlaser mit externem Resonator (*engl.*: External Cavity Diode Lasers - ECDL) kommen heutzutage in vielen Experimenten der Atomphysik zum Einsatz. Ein Grund dafür ist, dass kommerzielle Laserdioden, wie sie u.a. in CD-Playern zu finden sind, die Herstellungskosten solcher Laser relevant senken. Eine frequenzselektive Rückkopplung erlaubt es schmale Linienbreiten im kHz-Bereich bei Ausgangsleistungen von rund 80 mW zu erreichen [27]. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, die Wellenlänge eines ECDL in einem begrenzten Bereich über die Temperatur der Diode, den anliegenden Diodenstrom sowie eine Änderung der Resonatorlänge durchzustimmen.

Im Falle der Littrow-Konfiguration erfolgt die Frequenzselektion mit einem Beugungsgitter. Diese Art der Anordnung geht zurück auf den österreichischen Astronom Karl Ludwig von Littrow (1811-1877 [28]).

Abb. 2.7 zeigt eine schematische Darstellung dieser Anordnung. Die erste Beugungsordnung des Gitters wird in die Laserdiode zurückgekoppelt, das direkt



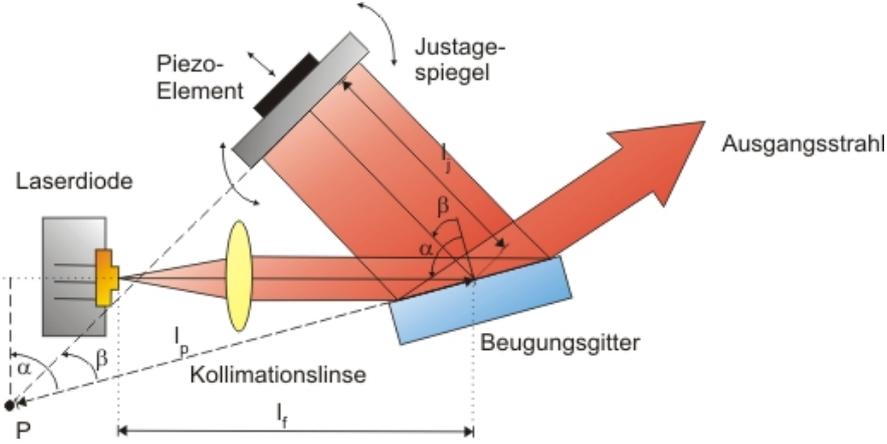
**Abbildung 2.7:** Laser in Littrow-Konfiguration, entnommen aus [10].

reflektierte Licht (nullte Ordnung) dient als Ausgangsstrahl. Nachteil der Littrow-Konfiguration ist die Wellenlängenabhängigkeit der Richtung des Ausgangsstrahls, was zu Justage-Schwierigkeiten beim Durchstimmen des Lasers führt [29]. Darüber hinaus ist der Resonator anfällig für Modensprünge. Diese verursachen auf kleinstem Frequenzbereich eine Instabilität des Lasers. Für weitere Informationen siehe auch [10].

## 2.3 Diodenlaser in Littman-Konfiguration

Ein komplexerer Aufbau, der eine Weiterentwicklung des im vorherigen Abschnitts beschriebenen Littrow-Aufbaus darstellt, ist die Littman-Konfiguration, die von den Physikern Liu und Littman erdacht wurde. Der Resonator ist hier ein sogenannter Drei-Spiegel-Resonator. Er besteht zum einen aus einer Laserdiode mit einer hochreflektiven End- sowie antireflex-beschichteten Frontfacette und dem laseraktiven Medium der Diode. Desweiteren gehören dazu das Fenster des Diodengehäuses, eine Kollimationslinse, ein Beugungsgitter und ein Justagespiegel. Das Beugungsgitter ist relativ zum einfallenden Strahl im sogenannten Glanzwinkel (sehr kleiner Einfallswinkel zur Gitteroberfläche) angeordnet. Die nullte Beugungsordnung stellt den Ausgangsstrahl dar, während die erste Beugungsordnung über den externen Spiegel in die Laserdiode zurück reflektiert wird. Somit stellen die Endfacette der Diode, das Gitter und der externe Spiegel den Drei-Spiegel-Resonator dar. Durch Variation des Spiegels mittels des piezoelektrischen Elementes kann die Frequenz des Lasers durchgestimmt werden [30].

Der ursprüngliche Aufbau von Liu und Littman, in dem ein Farbstofflaser eingesetzt wurde, sah anstelle des Piezo-Elementes eine Rotation des externen Spiegels um den sogenannten Pivot-Punkt P vor (vgl. Abb. 2.8). Dabei ist es notwendig, dass die folgenden Gleichungen erfüllt sind, die beide die Wellenlänge bestimmen:



**Abbildung 2.8:** Schematische Darstellung der Littman-Konfiguration mit Pivot-Punkt  $P$ .

$$\lambda = \frac{2}{N}L(\beta) = \frac{2}{N}(l_f + l_j(\beta)) \quad (2.12)$$

$$\lambda = \frac{x}{m}(\sin \alpha + \sin \beta) \quad (2.13)$$

Hier stellt  $L(\beta)$  die Resonatorlänge dar ( $l_f$  ist der Abstand zwischen Endfacette der Diode und Beugungsgitter und  $l_j(\beta)$  der Abstand zwischen Gitter und Justagespiegel),  $N$  die Modenzahl,  $x$  die Gitterkonstante,  $m$  die Beugungsordnung,  $\alpha$  der Einfallswinkel zum Gitter und  $\beta$  der Beugungswinkel.

Gleichung (2.12) sagt aus, dass die Resonatorlänge ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist, während Gleichung (2.13) die allgemeine Gittergleichung repräsentiert. Wird die Pivot-Achse als Schnittpunkt der Frontflächentangenten von Beugungsgitter und Justagespiegel gewählt und der Abstand von Pivot-Achse zum Gitter als  $l_p$  bezeichnet, so ergibt sich  $L(\beta)$  zu

$$L(\beta) = l_f + l_p \sin \beta.$$

Durch Einsetzen des Ergebnisses in (2.12) folgt

$$\lambda = \frac{2}{N}(l_f + l_p \sin \beta). \quad (2.14)$$

Ein Vergleich von (2.13) und (2.14) zeigt, wenn die Gleichungen

$$\frac{2}{N}l_f = \frac{x}{m} \sin \alpha$$

und

$$\frac{2}{N}l_p = \frac{x}{m}$$

gelten, dann wäre es für alle erreichbaren Wellenlängen möglich, über gleichzeitiges Durchstimmen der Resonatorlänge und des Rückkoppelwinkels am Gitter den Laser modensprung-frei zu betreiben [31].

Für den Fall, dass der Laserstrahl unter dem Glanzwinkel auf das Beugungsgitter fällt, gilt die Näherung  $\sin \alpha \approx 1$ , so dass sich der Pivot-Punkt P bei einem Abstand  $l_p \approx l_f$  befindet. Typische Werte sind

$$l_p \approx l_f \approx 9 \text{ cm}, \quad x = (2400 \text{ Linien/mm})^{-1}, \quad m = 1, \quad \text{und} \quad N = 4,5 \cdot 10^5.$$

Dieser Laser könnte im Single-Mode-Betrieb über einen Wellenlängenbereich von  $\lambda = 416 - 833 \text{ nm}$  durchgestimmt werden. Diodenlaser haben einen deutlich kleineren Wellenlängenbereich, so ist beispielsweise die Laserdiode von Mitsubishi Electric (ML601J24-01) ohne externen Resonator von  $775 - 795 \text{ nm}$  durchstimmbar [32].

## 2.4 Diodenlaser im linearen Resonator

Bei den bisher vorgestellten Laserkonfigurationen lagen die Funktionen der Wellenlängenselektion und der Rückkopplung bei dem Beugungsgitter. Um die Durchstimmpbarkeit von Diodenlasern weiter zu erhöhen, kann man diese auf zwei optische Elemente verteilen. Ein verlustarmer, schmalbandiger dielektrischer Interferenzfilter agiert als Wellenlängenselektor, während ein partiell-reflektierender Auskoppelspiegel für die Rückkopplung in den Resonator sorgt. Die Verwendung dieser Komponenten erlaubt die Einbringung der Laserdiode in ein neuartiges lineares Design (im Folgenden mit „ECD-Laser“ abgekürzt), das nun ausführlich beschrieben werden soll.

### Interferenzfilter

Der Interferenzfilter wird aus mehreren dielektrischen Schichten hergestellt, die auf ein optisches Substrat mit anti-reflektiver Endfacette aufgebracht werden. Dabei soll der Filter mehr als 90% der Intensität des Laserlichts unter einem Einfallswinkel von  $\theta = 6^\circ$  transmittieren. Typische Filtergrößen betragen etwa  $5 \times 5 \text{ mm}^2$  [33].

Die Wellenlängenselektion des Filters basiert auf Mehrfachreflexion innerhalb der dielektrischen Schichten, so dass er sich wie ein schmales Fabry-Pérot-Etalon (Fabry-Pérot-Interferometer mit fixierten planparallelen Spiegeln) mit Brechungsindex  $n_{eff}$  verhält. Die transmittierte Wellenlänge ist durch

$$\lambda = \lambda_{max} \sqrt{1 - \frac{\sin(\theta)^2}{n_{eff}^2}} \quad (2.15)$$

gegeben, wobei  $\theta$  der Einfallswinkel zum Interferenzfilter und  $\lambda_{max}$  die Wellenlänge bei normalem Einfall ist. Ein typischer Wert für den Brechungsindex ist  $n_{eff} = 2$ . Nimmt man einen Einfallswinkel von  $\theta = 6^\circ$  an, so ergibt sich für eine Wellenlänge von  $\lambda_{max} = 780,241 \text{ nm}$

$$\frac{d\lambda}{d\theta} \approx -20 \frac{\text{pm}}{\text{mrad}}.$$

Dieser Wert ist rund 60 mal kleiner als bei der Littrow-Konfiguration, daher ist die resultierende Reduzierung der Sensibilität der Wellenlänge gegenüber mechanische Instabilitäten ein großer Vorteil dieses linearen Designs.

Ebenso wie bei dem Littrow-Design kommt es auch hier zu einem Strahlversatz beim Durchstimmen des Lasers mittels des Interferenzfilters:

$$\frac{dx}{d\lambda} \approx 8 \frac{\mu\text{m}}{\text{nm}}.$$

Dieser Wert liegt jedoch um zwei Größenordnungen unter dem der Littrow-Konfiguration.

Ein weiteres Kriterium für die Lasersensibilität ist eine fehlerhafte Justage des externen Resonators, die zwar nicht die emittierte Wellenlänge beeinflusst, jedoch die optische Rückkopplung in den Resonator.

### Sensibilität der optischen Rückkopplung

Betrachtet wird ein Gauß-Strahl (d.h. die radiale Intensitätsverteilung im Strahlquerschnitt ist durch eine Gauß-Funktion gegeben) mit dem elektrischen Feld  $E_{em}$ , der in dem externen Resonator entlang der  $z$ -Achse propagiert und an der Stelle  $z = 0$  von der Frontfacette der Laserdiode emittiert wird. Ebenso wird das elektrische Feld am Auskoppelspiegel reflektiert und als  $E_{ref}$  bezeichnet. Die Rückkopplung

$$F = \frac{1}{R} \left| \iint E_{em}^* E_{ref} dx dy \right|^2$$

wird durch das Überlappungsintegral des emittierten und reflektierten elektrischen Feldes bestimmt, mit der Reflektivität  $R$  des Auskoppelspiegels als Normierungskonstante.

Für das Weitere wird angenommen, dass der einfallende Strahl ideal ausgerichtet ist und seine minimale Strahltaile ( $1/e^2$ -Radius  $w_0$ ) mit der Position des Auskoppelspiegels übereinstimmt.

Stellt  $\alpha$  den Winkel zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl dar, resultierend aus einer kleinen Neigung des Auskoppelspiegels, ergibt sich die Rückkopplung zu

$$F = e^{-(\alpha\pi w_0/\lambda)^2}$$

und mit  $\alpha \rightarrow 0$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha^2} = -\frac{2\pi^2 w_0^2}{\lambda^2}. \quad (2.16)$$

Dabei gilt, dass  $\xi = \lambda/\pi w_0$  der  $1/e$ -Divergenzwinkel des Laserstrahls ist.

Wird dagegen der Auskoppelspiegel entlang der optischen Achse des Resonators um  $\delta$  verschoben, hat der reflektierte Strahl einen Krümmungsradius

$$r = 2\delta + z_R^2/2\delta \quad \text{und } 1/e^2\text{-Radius } w = w_0 \sqrt{1 + (z_R/2\delta)^2}$$

mit der Rayleigh-Länge  $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ . Daraus folgt

$$F = \left(1 + \frac{\delta^2 \lambda^2}{\pi^2 w_0^4}\right)^{-1}$$

und mit  $\delta \rightarrow 0$

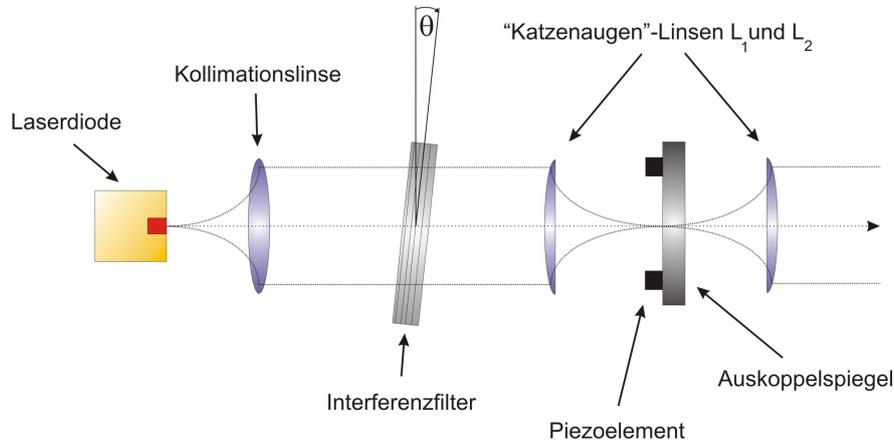
$$\frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} = -\frac{2\lambda^2}{\pi^2 w_0^4}. \quad (2.17)$$

Die Gleichungen (2.16) und (2.17) zeigen, dass  $w_0$  der einzige Parameter ist, der die Sensibilität der optischen Rückkopplung durch Fehljustage beeinflusst.

Nimmt man eine Strahltaile von  $w_0 \approx 10 \mu\text{m}$  an, entsteht durch eine Neigung  $\alpha = 9 \text{ mrad}$  des Auskoppelspiegels bzw. einer Verschiebung dessen um  $\delta = 0,1 \text{ mm}$  eine Verminderung der Rückkopplung  $F$  um 10%. Externe Resonatoren, die mit einem Beugungsgitter betrieben werden, erreichen den gleichen Betrag der Verminderung für eine Neigung des Gitters um  $\alpha = 100 \mu\text{rad}$  bzw. einer Verschiebung um  $\delta = 1 \text{ m}$ . In Bezug auf die Neigung hat das lineare Design einen Vorteil um den Faktor einer Größenordnung gegenüber bspw. dem Littrow-Design. Die als klein erscheinende Verschiebung von  $\delta = 0,1 \text{ mm}$  ist dennoch im Rahmen der Justagemöglichkeiten als große Deformation anzusehen.

### Der lineare Resonator

Wie in Abb. 2.9 dargestellt, wird das emittierte Licht der Laserdiode durch eine asphärische Linse ( $f = 3,1 \text{ mm}$ ) mit einer numerischen Apertur von  $N_A = 0,68$  kollimiert. Ein Teil dieses Lichts wird von dem Auskoppelspiegel auf die Diode zurückreflektiert. Die Güte der Rückkopplung  $F$  lässt sich dabei durch die Wahl der Reflektivität  $R$  des verwendeten Auskoppelspiegels vorgeben. Zusammen mit der Endfacette der Laserdiode stellt der Spiegel den Resonator bei einer Gesamtlänge von 70 mm dar. Die Resonatorlänge kann durch Verschiebung des Auskopplers mittels eines piezoelektrischen Elements variiert werden. Eine höhere Stabilität der optischen Rückkopplung kann durch Einbringen einer zusätzlichen asphärischen Linse  $L_1$  mit  $f = 18,4 \text{ mm}$  erreicht werden, deren Brennpunkt auf der Frontfläche des Auskoppelspiegels liegt („Katzenaugen-Konfiguration“). Das ausgekoppelte Licht wird von einer identischen Linse  $L_2$  erneut kollimiert. Der Interferenzfilter wird innerhalb des Resonators platziert. Durch Drehung des



**Abbildung 2.9:** Darstellung des linearen Resonators mit den verwendeten optischen Elementen

Filters relativ zur optischen Achse erfolgt eine grobe Einstellung der Wellenlänge des Lasers, die Feinabstimmung erfolgt schließlich über den Diodenstrom bzw. über die Temperatur der Laserdiode sowie die Variation der Resonatorlänge über den Piezo [34].

## 2.5 Die Linienbreite von Lasern

Um hochpräzise Experimente zu realisieren, ist es wünschenswert möglichst schmalbandige Laser zu verwenden. Die Linienbreite  $\Delta\nu$  eines Lasers mit der Frequenz  $\nu$  ist jedoch durch das sogenannte Schawlow-Townes-Limit

$$\Delta\nu \geq \frac{\pi h\nu \Delta\nu_R^2}{P_L} \quad (2.18)$$

begrenzt, wobei  $\Delta\nu_R$  die Halbwertsbreite des Resonators und  $P_L$  die Ausgangsleistung des Lasers ist. Für einen nicht-stabilisierten Diodenlaser mit  $P_L = 100$  mW, einer Frequenz von  $\nu = 384$  THz (entsprechend einer Wellenlänge  $\lambda = 780$  nm) und einer typischen Resonatorlinienbreite von 10 GHz ergibt sich  $\Delta\nu \geq 800$  Hz.

Verschiedene Prozesse führen jedoch zu einer Verbreiterung der Linienbreite, die einen realen Wert für nicht-stabilisierte Diodenlaser im Bereich von 20 – 50 MHz hervorrufen. Grundsätzlich lassen sich diese Prozesse in homogene und inhomogene unterscheiden, die verschiedene Auswirkungen auf die Linienbreiten von Lasern haben. Die homogenen Verbreiterungsprozesse (Druckverbreiterung) äußern sich in einem Lorentz-Profil der Form

$$L(\nu, \gamma) = \frac{\gamma}{\pi(\nu^2 + \gamma^2)}, \quad (2.19)$$

die inhomogenen Prozesse (Doppler-Verbreiterung) dagegen in einem Gauß-Profil:

$$G(\nu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\nu^2/(2\sigma^2)}. \quad (2.20)$$

Bei hohem Druck  $p$  überwiegt die Druckverbreiterung, bei kleinem die Doppler-Verbreiterung. In einem Grenzbereich des Drucks  $p$  sind beide Verbreiterungsmechanismen gleich stark. Die Frequenzverteilung eines Lasers ist daher durch eine Kombination dieser beiden Profile gegeben und stellt sich mathematisch als folgendes Faltungsintegral dar:

$$V(\nu, \sigma, \gamma) = \int G(\tilde{\nu}, \sigma) L(\nu - \tilde{\nu}, \gamma) d\tilde{\nu}. \quad (2.21)$$

Zu Ehren des Physikers Woldemar Voigt trägt dieses kombinierte Profil den Namen „Voigt-Profil“ ([22], [35]).

Eine direkte Messung der Frequenzverteilung mittels Photodioden ist nicht möglich, da deren Elektronik höchstens für Frequenzen im GHz-Bereich ausgelegt sind, die typischen Laserfrequenzen allerdings im THz-Bereich liegen. Aufschluss gibt an dieser Stelle eine Schwebungsmessung zwischen identischen Lasern. Diese ist analytisch betrachtet eine Summe der beteiligten Laserfrequenzen. So ergibt sich aus dieser mittels Additionstheoreme die Schwebungsfrequenz zu

$$f_{schweb} = \frac{f_1 - f_2}{2}, \quad (2.22)$$

wobei die  $f_i$  die Frequenzen der beteiligten Laser sind [10].

Das resultierende Signal, welches mit Hilfe eines Spektrum-Analysators aufgenommen wird, kann gut durch das Voigt-Profil angenähert werden. Da sich eine numerische Berechnung der Halbwertsbreite aus (2.21) als äußerst kompliziert erweist, wurden verschiedene Approximationen für  $\Delta\nu_V$  entwickelt, die die Halbwertsbreiten des Lorentz- bzw. Gauß-Profiles ( $\Delta\nu_L$  bzw.  $\Delta\nu_G$ ) in direkten Zusammenhang zu setzen versuchen. Dabei weist die Approximation von Olivero und Longbothum eine maximale Unsicherheit von 0,02 % vor [36]:

$$\Delta\nu_V = \frac{1}{2} \left\{ C_1 \Delta\nu_L + \sqrt{(C_2 \Delta\nu_L^2 + 4 \cdot C_3 \Delta\nu_G^2)} \right\}. \quad (2.23)$$

Die  $C_i$  sind hier numerische Konstanten mit den Werten

$$C_1 = 1,0692 \quad , \quad C_2 = 0,86639 \quad \text{und} \quad C_3 = 1$$

Nachdem es möglich ist, eine gute Näherung für die Halbwertsbreite des Voigt-Profiles anzugeben, kann über die folgende Gleichung die Linienbreite  $\Delta\nu_{L_1}$  eines Lasers  $L_1$  bei bekannter Linienbreite  $\Delta\nu_{L_2}$  eines Lasers  $L_2$  ermittelt werden:

$$\Delta\nu_V^2 = \Delta\nu_{L_1}^2 + \Delta\nu_{L_2}^2. \quad (2.24)$$

Geht man bei einer Schwebungsmessung von zwei identischen Lasern aus, so vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$\Delta\nu_{L_1} = \Delta\nu_V \sqrt{2}/2.$$

Auf diese Weise ist es möglich, ein Ensemble aus mehreren Lasern unbekannter Linienbreite aus der Kenntnis der Halbwertsbreiten ihrer Schwebungssignale eindeutig zu bestimmen. Mathematisch erfordert dies das Lösen eines wohlbestimmten linearen Gleichungssystems der Art (2.24).

Nachdem dieses Kapitel eine Einführung in die theoretischen Grundlagen der Halbleiterlaser gegeben hat, geht das folgende Kapitel auf die Methoden der Laserspektroskopie ein, die für eine Frequenzstabilisierung von Lasern unerlässlich sind.



# KAPITEL 3

---

## Grundlegende Methoden der Laserspektroskopie

---

Der limitierende Faktor bei hochauflösender Laserspektroskopie ist die durch den optischen Doppler-Effekt hervorgerufene Verbreiterung der natürlichen Linienbreite atomarer Übergänge.

Mit dem in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren der doppler-freien Sättigungsspektroskopie ist man in der Lage, diese Verbreiterung aufzuheben und somit die Hyperfeinstruktur der Atome durch die Spektroskopie aufzulösen. Dies ist notwendig, da die Laserfrequenzen auf diverse Hyperfeinübergänge stabilisiert werden.

Dafür bedarf es noch der Anwendung einer weiteren Methode, z. B. der Frequenzmodulationsspektroskopie. Hier wird eine Phasenmodulation des Laserlichts zur Erzeugung eines Regelsignals genutzt. Dieses resultiert aus Absorptionseffekten nahe der Resonanz eines gewünschten Hyperfeinübergangs, auf den der Laser stabilisiert werden soll.

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird auf den elektro-optischen Modulator eingegangen, der im Falle des neuen Lasersystems die Phasenmodulation erzeugt.

### 3.1 Doppler-freie Sättigungsspektroskopie

Bewegen sich Atome oder Moleküle mit einer nicht-relativistischen Geschwindigkeit  $v \ll c$ , führt der Doppler-Effekt elektromagnetischer Strahlung zu einer inhomogenen Linienverbreiterung, auch Doppler-Verbreiterung genannt. Der Doppler-Effekt bewirkt, dass ein Beobachter nicht die Frequenz  $\nu_0$  misst, die von einem sich relativ zum Beobachter bewegenden Atom ausgestrahlt wird, sondern eine Frequenz  $\nu$ , die von dieser Relativbewegung beeinflusst wird:

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right), \quad (3.1)$$

wobei  $v_x$  die Geschwindigkeitskomponente des Atoms in Bewegungsrichtung des Beobachters ist.

In einem Gas mit der absoluten Temperatur  $T$  bewegen sich die Atome oder Moleküle der Masse  $m$  nicht mit der gleichen Geschwindigkeit. Darüber hinaus bevorzugen sie keine generelle Raumrichtung. Diese statistische Verteilung der Bewegung wird als Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung bezeichnet, die in Bezug auf die Geschwindigkeitskomponente  $v_x$  besagt

$$P(v_x) = \left(\frac{1}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/(2k_B T)} \quad \text{mit} \quad (3.2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(v_x) dv_x = 1.$$

Ein Erhöhen der Gastemperatur  $T$  führt zu einer Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung. Die Linienformfunktion der Doppler-Verbreiterung ist durch

$$g(\nu) = G(\nu - \nu_0)$$

$$= (\pi \ln 2)^{1/2} (2/\pi \Delta\nu) \exp \left\{ - \left( \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu/2} \right)^2 \ln 2 \right\} \quad (3.3)$$

gegeben mit

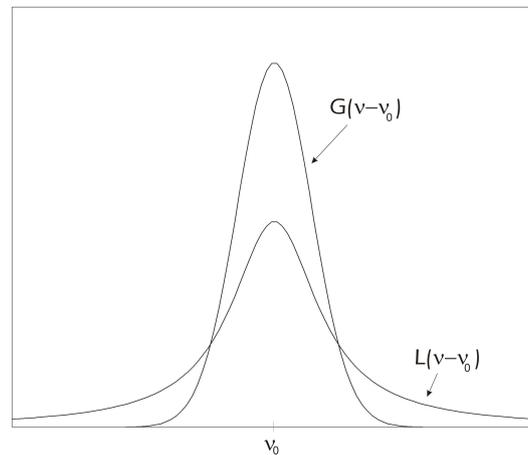
$$G(0) = (\pi \ln 2)^{1/2} (2/\pi \Delta\nu) = (\pi \ln 2)^{1/2} L(0)$$

und der vollen Halbwertsbreite (*engl.*: FHDW - Full Width at Half Maximum) der Doppler-Verbreiterung

$$\Delta\nu = \Delta\nu_D = \left( \frac{8 \ln 2 k_B T}{mc^2} \right)^{1/2} \nu_0. \quad (3.4)$$

$G(\nu - \nu_0)$  ist eine Gauß-Funktion, welche eine schmalere Spitze (*engl.*: peak) und schmalere Flanken als die Lorentz-Funktion  $L(\nu - \nu_0)$  besitzt (vgl. Abs. 2.5 bzw. Abb. 3.1).

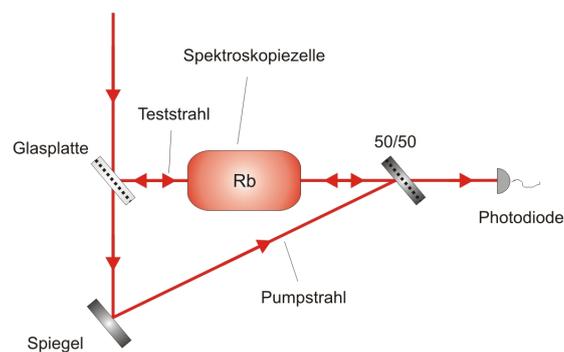
Bei  $^{87}\text{Rb}$  ergibt sich bspw. für die  $D_2$ -Linie (Übergang  $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$  mit einer Frequenz von  $\nu = 384,23$  THz [37]) bei Raumtemperatur  $T = 293$  K eine Doppler-Verbreiterung von  $\Delta\nu_D = 505,21$  MHz. Dieser Wert liegt um etwa zwei Größenordnungen über der natürlichen Linienbreite  $\Delta\nu = 6,06$  MHz dieses Übergangs. Für ein Experiment an  $^{87}\text{Rb}$  bedeutet das, dass unter diesen Bedingungen der Übergang der  $D_2$ -Linie nicht aufzulösen ist. Dies ist aber erforderlich, um einen Laser auf diese Frequenz zu stabilisieren.



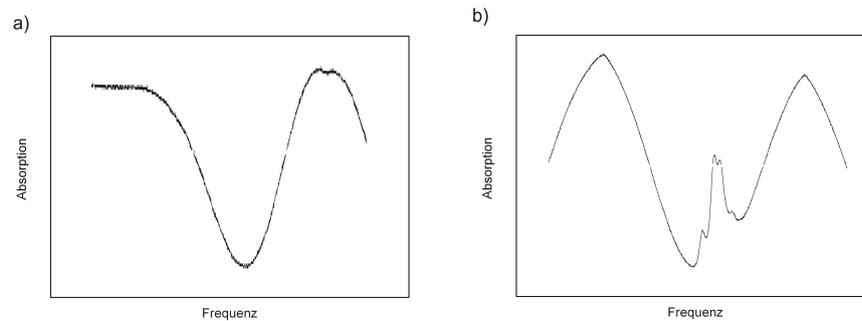
**Abbildung 3.1:** Gemeinsame Darstellung einer Gauß-Funktion  $G(\nu - \nu_0)$  und einer Lorentz-Funktion  $L(\nu - \nu_0)$

Das Prinzip der doppler-freien Sättigungsspektroskopie erlaubt eine Auflösung dieser Hyperfeinstrukturen. Hierbei durchläuft der Laserstrahl eine Dampfzelle, die bei Bedarf geheizt werden kann, um die Geschwindigkeitsverteilung (3.2) der in der Zelle enthaltenen Atome zu verbreitern. Ohne Strahlungseinwirkung befinden sich diese im Grundzustand  $|g\rangle$ . Läuft der Laser mit einer Frequenz  $\nu_L$ , werden einige Teilchen in den angeregten Zustand  $|a\rangle$  transferiert. Dies trifft jedoch nur für die Atome zu, die eine Geschwindigkeitskomponente  $v_x$  in Strahlrichtung besitzen und deren adressierter Übergang nach (3.1) nun resonant zum Laserlicht ist.

Wie in Abb. 3.2 dargestellt, wird der Laserstrahl in zwei Teilstrahlen unterschiedlicher Intensität aufgespalten und gegenläufig durch die Spektroskopiezelle



**Abbildung 3.2:** Aufbau der doppler-freien Sättigungsspektroskopie



**Abbildung 3.3:** a) Dopplerverbreitete Feinstruktur von  $^{87}\text{Rb}$  in der Einfachspektroskopie. b) Aufgelöste Hyperfeinstruktur von  $^{87}\text{Rb}$  durch doppler-freie Sättigungsspektroskopie.

geführt. Oszilliert der Laser exakt mit der Frequenz  $\nu_L = \nu_0$  des aufzulösenden Hyperfeinübergangs, sind die Atome der Geschwindigkeitsklasse  $v_x = 0$ , die sich also senkrecht zur Strahlrichtung des Lasers bewegen, für beide Teilstrahlen resonant. Der intensitätsreichere Strahl (Pumpstrahl) entvölkert durch Absorptionsprozesse den Grundzustand und sättigt somit den Übergang  $|g\rangle \rightarrow |a\rangle$ . Der schwächere Strahl (Teststrahl), der auf eine Photodiode gegeben wird, misst an dieser Stelle eine geringere Absorption, die in einer Spitze im dopplerverbreiterten Profil resultiert („Lamb Dip“)(s. Abb. 3.3, [22], [35]).

Dieses spektroskopische Verfahren, das eine Auflösung der natürlichen Linienbreite eines atomaren Übergangs erlaubt, ist unerlässlich für die Realisierung atom-optischer Experimente. Allerdings ermöglicht es keine Stabilisierung eines Lasers. Aufgrund des produzierten DC-Signals der Photodiode kann man elektronisch nicht unterscheiden, ob sich die Laserfrequenz auf der linken oder rechten Flanke des Lamb-Dips befindet (vgl. z. B. Abb. 3.1). Die Technik der Frequenzmodulationsspektroskopie, die im folgenden Abschnitt vorgestellt wird, erlaubt diese Unterscheidung, so dass eine Kombination beider spektroskopischer Methoden eine Laserstabilisierung ermöglicht.

## 3.2 Frequenzmodulationsspektroskopie

Die Frequenzmodulationsspektroskopie (FMS) basiert auf der Modulation von Laserlicht, um die Nachweisempfindlichkeit der Absorptionsspektroskopie (vgl. Abs. 3.1) zu optimieren [8]. Dem Licht wird in diesem Fall eine Frequenz  $\Omega$  aufgeprägt, so dass es neben der Trägerfrequenz  $\omega_L$  auch Seitenbänder der Frequenz  $\omega \pm n\Omega$  besitzt (s. Abb. 3.5). Trägerfrequenz sowie Seitenbänder werden in der Nähe einer atomaren Resonanzfrequenz unterschiedlich transmittiert. Ein phasenempfindlicher Detektor misst die Intensitätssignale  $S(\omega_L + \Omega) - S(\omega_L)$  bzw.  $S(\omega_L) - S(\omega_L - \Omega)$ . Befinden sich beide Seitenbänder ausserhalb einer Ab-

sorptionslinie, so werden sie beim Passieren der Spektroskopiezelle gleichermaßen transmittiert und haben dementsprechend die gleiche Amplitude. Die beiden Differenzsignale sind jedoch in Gegenphase und werden daher vom Detektor nicht wahrgenommen. Erst wenn eines der Seitenbänder im Bereich der entsprechenden Absorptionslinie liegt, erfährt es eine andere Transmission, seine Amplitude wird geschwächt und der Detektor zeigt ein Signal an (vgl. Abb. 3.4):

Sei  $P_0$  die Leistung des einfallenden Lichts und  $P_t(\omega)$  die transmittierte Leistung, so gilt für die absorbierte Leistung

$$\Delta P(\omega) = P_0 - P_t(\omega)$$

in Abhängigkeit der Laserfrequenz  $\omega$ . Für hinreichend kleine Werte  $\alpha L$  (Absorptionskoeffizient  $\alpha$  multipliziert mit der Absorptionslänge  $L$  der Spektroskopiezelle) gilt für die absorbierte Leistung

$$\Delta P(\omega) = -\alpha(\omega)LP_0.$$

Das Ausgabesignal des Detektors ist dann  $S(\omega) = k\Delta P(\omega)$ , wobei die Konstante  $k$  für dessen Effizienz steht [19]. Dieses wird an einen Mischer weitergegeben und dort mit dem ursprünglichen Signal des spannungskontrollierten Oszillators (*engl.*: Voltage Controlled Oscillator - VCO) überlagert. Anschließend kann es als Fehlersignal an eine PID-Regelung (s. Abs. 4.2.2) weitergegeben werden, um die Laserfrequenz auf die atomare Resonanz zu stabilisieren.

Im Folgenden wird das Signal, das den Mischer verlässt, hergeleitet und auf die Bedeutung des Fehlersignals näher eingegangen.

### Regelsignal für Frequenzstabilisierung

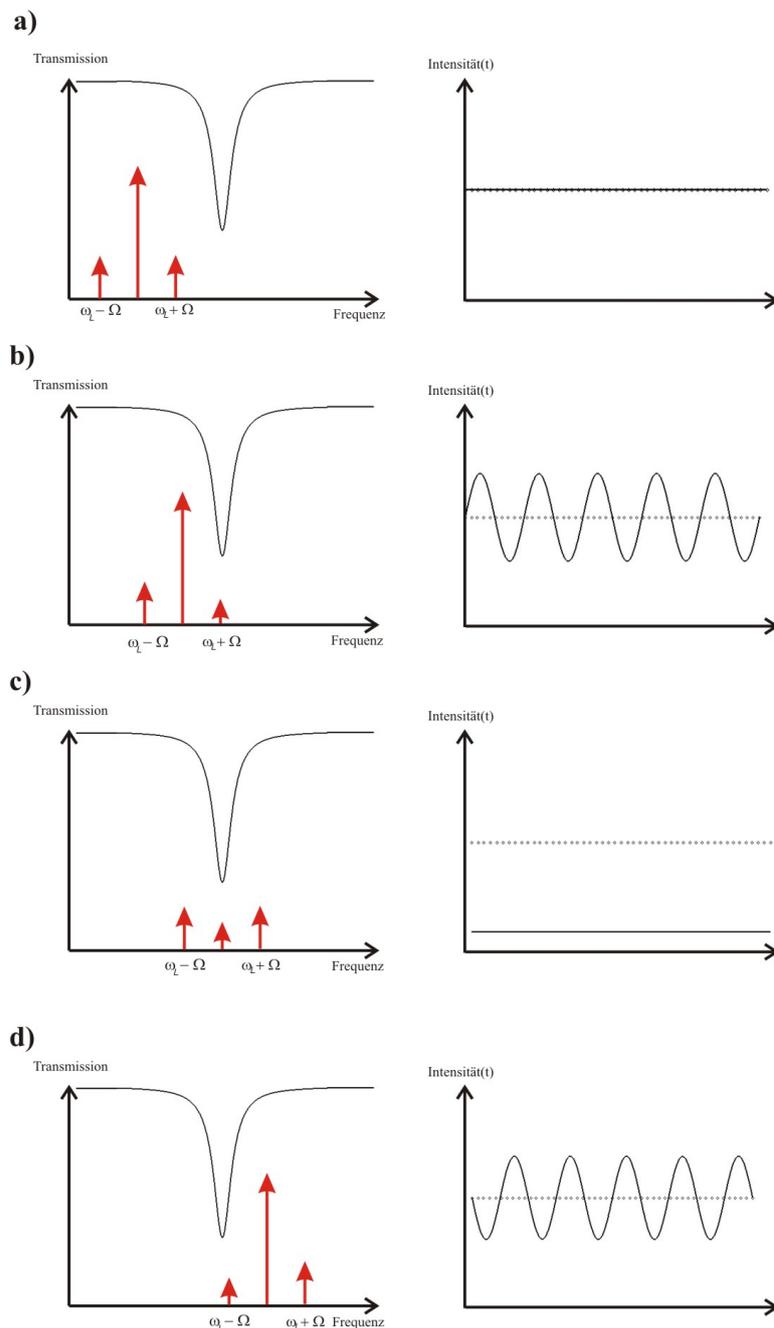
Das elektrische Feld  $E(t)$  eines Lasers der Frequenz  $\omega_L$  ist gegeben durch

$$E(t) = \frac{E_0}{2}e^{i\omega_L t} + c.c.$$

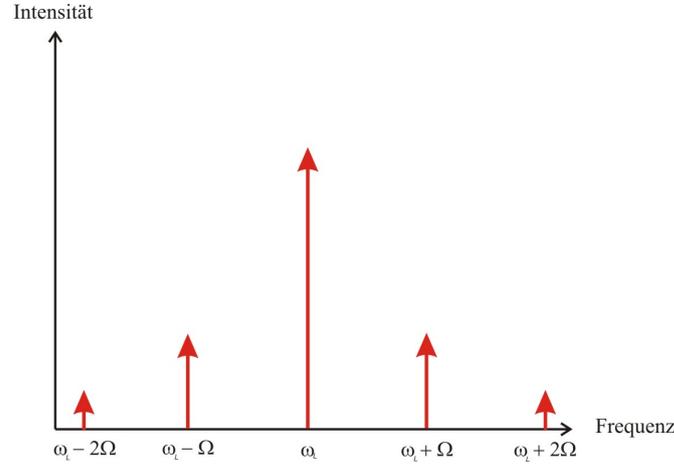
Erfährt der Laserstrahl eine Phasenmodulation, wird seine Phase sinusoidal mit  $\Omega$  verändert. Das modulierte Licht lässt sich nun folgendermaßen beschreiben [17]

$$E_1(t) = \frac{E_0}{2}e^{i(\omega_L t + M \sin(\Omega t))} + c.c. \quad (3.5)$$

wobei  $M$  den Modulationsindex darstellt, unter der Annahme  $M \ll 1$  [11]. Gleichung (3.5) lässt sich wie folgt vereinfachen:



**Abbildung 3.4:** links: Transmission von Träger- und Seitenband beim Durchfahren einer atomaren Resonanz; rechts: Generiertes Signal des Photodetektors. a) Träger sowie Seitenbänder sind ausserhalb des Absorptionsbereiches. b) Ein Seitenband befindet sich im Bereich der atomaren Resonanz, der Photodetektor nimmt einen Unterschied in der Transmission beider Seitenbänder wahr. c) Der Laser läuft exakt auf atomarer Resonanz, der Träger wird nahezu vollständig absorbiert. d) Das andere Seitenband befindet sich im Bereich der atomaren Resonanz, die Phase des Detektorsignals ist gedreht.



**Abbildung 3.5:** Schematische Darstellung des Laserlichts mit modulierten Seitenbändern

$$\begin{aligned}
 E_2(t) &= \frac{E_0}{2} e^{i(\omega_L t + M \sin(\Omega t))} + c.c. \\
 &\approx \frac{E_0}{2} e^{i\omega_L t} \cdot (1 + iM \sin(\Omega t)) + c.c. \\
 &= \frac{E_0}{2} e^{i\omega_L t} \cdot \left(1 - \frac{M}{2} e^{-i\Omega t} + \frac{M}{2} e^{i\Omega t}\right) + c.c. \\
 &= \frac{E_0}{2} \left( e^{i\omega_L t} - \frac{M}{2} e^{i(\omega_L - \Omega)t} + \frac{M}{2} e^{i(\omega_L + \Omega)t} \right) + c.c.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Im modulierten elektrischen Feld des Lasers treten neben der Trägerfrequenz  $\omega_L$  Seitenbänder bei der Frequenz  $\omega_L \pm \Omega$  mit geringeren Amplituden  $E_0 M/4$  auf.

Durchdringt der Laserstrahl eine Probe der Länge  $L$  (in diesem Fall die Rubidium-Spektroskopiezelle) mit Absorptionskoeffizient  $\alpha$  und Brechungsindex  $\eta$ , werden zur Beschreibung eines Strahls folgende Größen eingeführt:

$$T_m = e^{-\delta_m - i\phi_m} \quad , \quad \delta_m = \alpha_m L/2 \quad \text{sowie} \quad \phi_m = \eta_m L(\omega_L + m\Omega)/c$$

mit  $m = -1, 0, +1$  entsprechend den Frequenzen  $\omega_L - \Omega$ ,  $\omega_L$  bzw.  $\omega_L + \Omega$ . Die  $T_m$  beschreiben demnach die Transmissionskoeffizienten der beteiligten Frequenzbänder,  $\delta_m$  die Amplitudendämpfung und  $\phi_m$  die frequenzabhängige Phasenverschiebung.

Das transmittierte Feld ergibt sich aus Gleichung (3.6) zu  $E_3(t) = \frac{1}{2} \tilde{E}_3(t) + c.c.$  mit

$$\tilde{E}_3(t) = E_0 \left( T_0 e^{i\omega_L t} - T_{-1} \frac{M}{2} e^{i(\omega_L - \Omega)t} + T_{+1} \frac{M}{2} e^{i(\omega_L + \Omega)t} \right). \tag{3.7}$$

Der Photodetektor ist in der Lage eine geringe Intensitätsschwankung des Laserstrahls wahrzunehmen, wobei die Intensität durch  $I_3(t) = c|\tilde{E}_3(t)|^2/8\pi$  gegeben ist und unter der Annahme  $|\delta_0 - \delta_{+1}|, |\delta_0 - \delta_{-1}|, |\phi_0 - \phi_{+1}|$  sowie  $|\phi_0 - \phi_{-1}| \ll 1$  sich zu

$$I_3(t) \approx \frac{cE_0^2}{8\pi} e^{-2\delta_0} [1 + (\delta_{-1} - \delta_{+1})M \cos(\Omega t) + (\phi_{+1} + \phi_{-1} - 2\phi_0)M \sin(\Omega t)] \quad (3.8)$$

ergibt (Herleitung s. Anhang A). Wie an Gleichung (3.8) zu sehen ist, nimmt an dieser Stelle die Photodiode nur noch die Modulationsfrequenz  $\Omega$  wahr, resultierend aus einer Schwebung (Überlagerung zweier Frequenzen) der beiden Seitenbänder. Die Information der Laseroszillation, die im THz-Bereich liegt, kann von der für den GHz-Bereich ausgelegten Diodenelektronik nicht verarbeitet werden.

Um von der zeitlichen Oszillation dieses Signals unabhängig zu werden, erfolgt eine Demodulation mit dem Ursprungssignal aus dem VCO, das am Mischer unter einer Phasendifferenz  $\varphi$  mit dem Diodensignal überlagert wird [13]:

$$\begin{aligned} U_{MISCHER} &\propto U_{PD} \cdot U_{VCO} \\ &\propto [\Delta T M \cos(\Omega t) + \Delta \phi M \sin(\Omega t)] \cdot \cos(\Omega t + \varphi) \\ &= M \left[ -\frac{1}{2} \Delta T (\cos(\varphi) + \cos(2\Omega t + \varphi)) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \Delta \phi (\sin(\varphi) - \sin(2\Omega t + \varphi)) \right], \end{aligned}$$

mit der Transmissionsdifferenz der Seitenbänder  $\Delta T = \delta_{-1} - \delta_{+1}$  und der relativen Phasenverschiebung  $\Delta \phi = \phi_{+1} + \phi_{-1} - 2\phi_0$ . Das ursprüngliche Signal der Photodiode ergibt sich nun als statisches Signal, lediglich abhängig von der Phasendifferenz  $\varphi$ . Das Mischen erzeugt zusätzlich hochfrequente Terme mit  $2\Omega$  oszillierend, die über einen der Schaltung hinzugefügten Tiefpass herausgefiltert werden, so dass sich schließlich das folgende Signal ergibt:

$$U_{MISCHER} \propto M \left[ -\frac{1}{2} \Delta T \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \Delta \phi \sin(\varphi) \right]. \quad (3.9)$$

Mit einem zusätzlichen Phasenschieber wird an dieser Stelle durch Variation von  $\varphi$  die Dominanz der Transmissions- bzw. der Phasenkomponente gesteuert.

Grundsätzlich gilt insgesamt nach Taylorentwicklung für eine Modulation  $\Omega$ :

$$\begin{aligned}
\Delta T &= T_{+1} - T_{-1} \\
&= T(\omega_L + \Omega) - T(\omega_L - \Omega) \\
&\approx T(\omega_L) + \frac{dT}{d\omega}|_{\omega_L} \Omega + \frac{1}{2} \frac{dT^2}{d\omega^2}|_{\omega_L} \Omega^2 - T(\omega_L) + \frac{dT}{d\omega}|_{\omega_L} \Omega - \frac{1}{2} \frac{dT^2}{d\omega^2}|_{\omega_L} \Omega^2 \quad (3.10) \\
&= 2 \frac{dT}{d\omega}|_{\omega_L} \Omega
\end{aligned}$$

Die Transmissionskomponente ist demnach proportional zur Ableitung der Absorption. Die Phasenkomponente

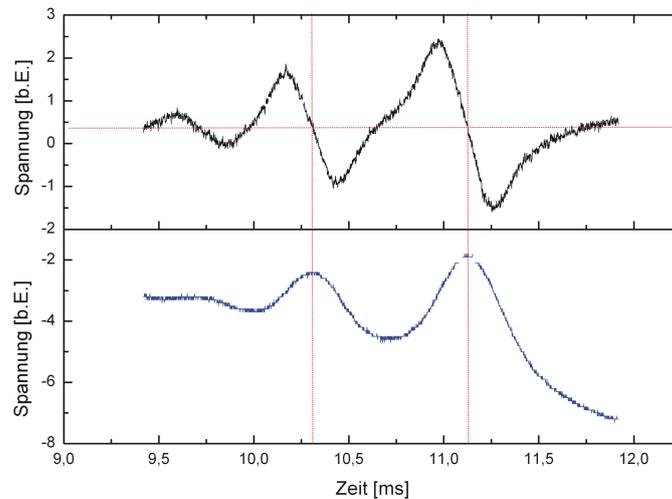
$$\begin{aligned}
\Delta\phi &= \phi_{+1} + \phi_{-1} - 2\phi_0 \\
&= \frac{d\phi^2}{d\omega^2}|_{\omega_L} \Omega^2 \quad (3.11)
\end{aligned}$$

ist analog proportional zur zweiten Ableitung der Dispersion.

Der Vorteil der ersten Ableitung der Absorption besteht in einem Nulldurchgang äquivalent zum Maximum des Absorptionssignals (s. Abb. 3.6). Auf genau dieses möchte man den Laser stabilisieren. Für  $\varphi = 0$  wird (3.9) zu

$$U_{MISCHER} \propto -\frac{M}{2} \Delta T$$

Der Faktor  $\Delta T$ , der die Differenz der Amplitudendämpfung der Seitenbänder repräsentiert (s.o.), erlaubt an dieser Stelle eine Unterscheidung, ob sich die



**Abbildung 3.6:** Absorptionssignal (unten) mit dazugehörigem Fehlersignal (oben) aus der Frequenzmodulationsspektroskopie. Der Nulldurchgang im Fehlersignal dient als Referenz zur Frequenzstabilisierung des Lasers.

Laserfrequenz auf der linken oder der rechten Flanke des atomaren Übergangs befindet. Je nachdem werden die Seitenbänder unterschiedlich absorbiert und in Folge dessen ist  $\Delta T > 0$  bzw.  $\Delta T < 0$ . Dieser Vorteil gegenüber der doppler-freien Sättigungsspektroskopie ermöglicht ein Regelsignal zur Frequenzstabilisierung eines Lasers (vgl. Abs. 3.1).

Die in diesem Abschnitt diskutierte Modulation des Laserlichts kann experimentell auf zwei Arten realisiert werden. Zum einen lässt sich die Modulation direkt über den Diodenstrom auf den Laser prägen. Dies führt jedoch dazu, dass das Licht für das komplette Lasersystem moduliert ist. Möchte man dagegen nur einen bestimmten Zweig des Lasersystems modulieren, verwendet man einen sogenannten elektro-optischen Modulator (EOM), der auch in dem neuen Lasersystem zur Modulation des Laserlichts eingesetzt wurde.

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich daher mit dem Funktionsprinzip des EOMs zur Erzeugung einer Phasenmodulation.

### 3.3 Der elektro-optische Modulator

Wesentlicher Bestandteil des EOM ist ein anisotroper Kristall (s. Abb. 3.7) aufgrund dessen er in zweierlei Hinsichten verwendet werden kann.

Die Anisotropie des Kristalls lässt unterschiedlich polarisiertes Licht verschiedene Brechungsindizes erfahren. Der Feldvektor einer einfallenden Welle lässt sich in eine Komponente parallel bzw. senkrecht zur optischen Achse des Kristalls zerlegen. Die Schwingungskomponente parallel zur optischen Achse breitet sich beim Durchlaufen des Kristalls langsamer aus, als die senkrechte Komponente. Am Ausgang des EOMs liegt aufgrund der unterschiedlichen Laufzeiten eine Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zwischen ihnen vor: der EOM agiert als Polarisationsdreher [6].

In dieser Konfiguration wird der EOM genutzt, um das einfallende Licht mit einer Frequenz  $\Omega$  zu modulieren. Die Phasenmodulation äußert sich in Form von dem Laserlicht aufgeprägten Seitenbändern bei den Frequenzen  $\omega_L \pm n\Omega$  (s. Abb. 3.5).

Durch Elektroden, die an den Kristallflächen angebracht sind, lässt sich ein zur Ausbreitungsrichtung des Lasers longitudinales elektrisches Feld erzeugen,

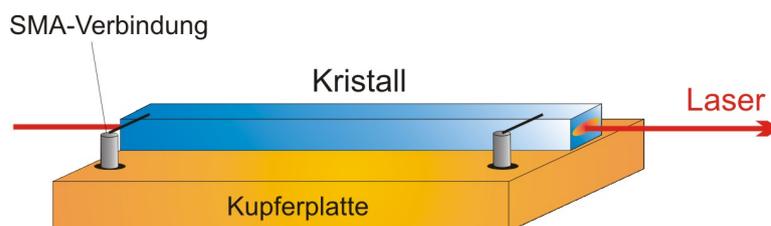
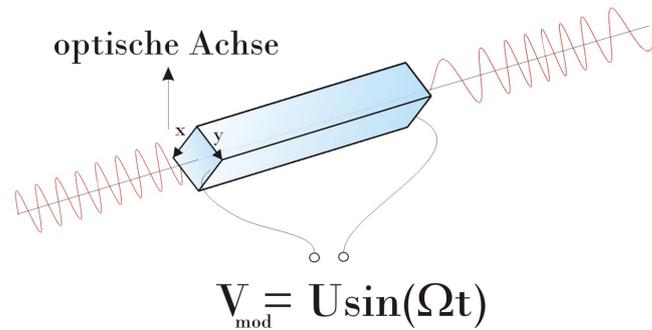


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung des elektro-optischen Modulators



**Abbildung 3.8:** Phasenmodulation durch einen anisotropen Kristall

dessen man sich bedient, um die photorefraktiven Eigenschaften (Brechung von Licht) des Materials zu beeinflussen. Der elektro-optische Effekt beschreibt die lineare Abhängigkeit des stoffspezifischen Brechungsindex von der elektrischen Feldstärke und wird auch als Pockels-Effekt bezeichnet [5].

Die Änderungen der Brechungsindizes werden im Allgemeinen durch die Kristallsymmetrien bestimmt, wobei zur Vereinfachung im Folgenden von einem uniaxialen Kristall ausgegangen wird. Das bedeutet, dass in  $x$ - und  $y$ -Richtung der Brechungsindex um den gleichen Betrag, aber in entgegengesetzter Richtung verändert wird

$$n_{0x} = n_0 - rn_0^3U/2d \quad \text{und} \quad n_{0y} = n_0 + rn_0^3U/2d. \quad (3.12)$$

Dabei bezeichnen  $n_0$  den ungestörten Brechungsindex und  $r$  den linearen elektro-optischen Tensor. Der Brechungsindex ist proportional zur treibenden Spannung  $U$ . Diese kann statisch sein, was nach (3.12) bedeuten würde, dass  $n_{0x}$  bzw.  $n_{0y}$  ebenfalls statisch wären, sich aber um  $rn_0^3U/d$  unterscheiden. Das Resultat wäre in diesem Fall wieder eine Polarisationsdrehung am Ausgang des EOM. Die andere Möglichkeit ist, dass mit  $U$  eine Wechselspannung gegeben ist. Diese verursacht eine Phasenvariation des Lichts

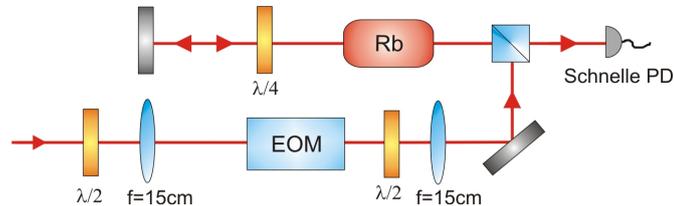
$$\Phi(t) = \omega_L t + M \sin(\Omega t) \quad (3.13)$$

mit Modulationsfrequenz  $\Omega$  (vgl. Abb. 3.8). Das elektrische Feld erhält dadurch die Form

$$E(t) = \frac{E_0}{2} e^{i(\omega_L t + M \sin(\Omega t))} + c.c. \quad (3.14)$$

Der Modulationsindex  $M$  gibt die Amplitude der Modulation an und ist abhängig von der anliegenden Spannung  $U$ , der Frequenz der Laserlichts  $\omega_L$ , sowie von Materialparametern:

$$M = \omega_L r n_0^3 U / 2c$$



**Abbildung 3.9:** Aufbau des Zweiges zur Frequenzstabilisierung

Auch die zugehörige instantane Frequenz erfährt somit eine harmonische Modulation:

$$\omega_L(t) = \frac{d}{dt}\Phi(t) = \omega_L + M\Omega\cos(\Omega t)$$

Da folglich Phasen- und Frequenzmodulation miteinander verknüpft sind, wird durch den Modulationsindex die folgende Einteilung gemacht:

$$M < 1 \quad \text{Phasenmodulation}$$

$$M \geq 1 \quad \text{Frequenzmodulation}$$

Als Kristallmaterial für den EOM werden z.B. Lithiumtantalit  $\text{LiTaO}_3$ , Lithiumniobat  $\text{LiNbO}_3$  [3] oder Kaliumdihydrogenphosphat  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , kurz „KDP“ verwendet [4].

In diesem Kapitel wurde eine Möglichkeit zur Frequenzstabilisierung eines Lasers beschrieben. Dabei wurde das dazu verwendete Regulationssignal hergeleitet sowie dessen Nutzbarkeit zur Stabilisierung erläutert.

Die Technik der Frequenzmodulationsspektroskopie mittels eines EOMs wurde in dem aufgebauten Lasersystem angewandt. Dabei wurde der EOM in dem Laserstrahl positioniert, bevor dieser die dopplerfreie Sättigungsspektroskopie durchläuft (vgl. Abb. 3.9). Eine weitere, während der Aufbauphase getestete Variante, in der sich der EOM im Sättigungsarm befand, brachte ein um den Faktor 1/2 schlechteres Fehlersignal mit sich.

Das folgende Kapitel beschreibt den Aufbau des Lasersystems, bevor schließlich die durchgeführte Frequenzstabilisierung erläutert wird. Im Anschluss werden die experimentelle Realisierung des ECD-Lasers sowie seine charakteristischen Daten vorgestellt. Abschließend erfolgt ein Vergleich des Lasersystems mit verschiedenen Referenzlasern.

# KAPITEL 4

---

## Aufbau eines frequenzstabilisierten Lasersystems

---

Ziel dieser Arbeit war der Aufbau eines höchstpräzisen, schmalbandigen Lasersystems, das eine hohe, flexibel regelbare Ausgangsleistung verspricht. Damit wird insgesamt eine Verbesserung der Detektion von Atomen in Aussicht gestellt. Der Aufbau auf einer portablen Montageplatte erlaubt es, das Lasersystem vielfältig einzusetzen. So können z.B. Laser im Neubau mit Hilfe dieses Lasersystems durch eine Schwebungsmessung charakterisiert werden.

### 4.1 Das neue Lasersystem

Abb. 4.1 zeigt eine Darstellung des neuen Lasersystems, aufgebaut auf einer portablen Montageplatte. Der ECD-Laser passiert zunächst einen optischen Isolator, der Rückreflexe aus dem System in die Laserdiode vermeidet. Über einen Polarisations-Strahlteiler (PST) kann die Intensität des Hauptzweiges des ECDL-Systems gesteuert werden. Der Zweig besteht aus einem AOM-Doppelpass mit  $2 \times 80$  MHz Modulation (Crystal Technology, 3080-120) und Ausgang zum Faserkoppler, s. Abb. 4.2). Die  $\lambda/4$ -Platte bewirkt bei zweifachem Passieren eine Polarisationsdrehung um  $\pi/2$ , so dass der Laserstrahl den PST in Richtung des Faserkopplers durchläuft. Ein Strahlunterbrecher ermöglicht ein elektronisches Schalten des Laserlichts.

Der Gebrauch von AOMs bietet die folgenden Vorteile: Die Frequenzmodulation ermöglicht eine Einstellung des Laserlichts gegenüber der Resonanz eines bestimmten atomaren Übergangs (siehe z.B. [14]). Darüber hinaus lässt sich der Laser mit einem AOM schnell an- bzw. ausschalten.

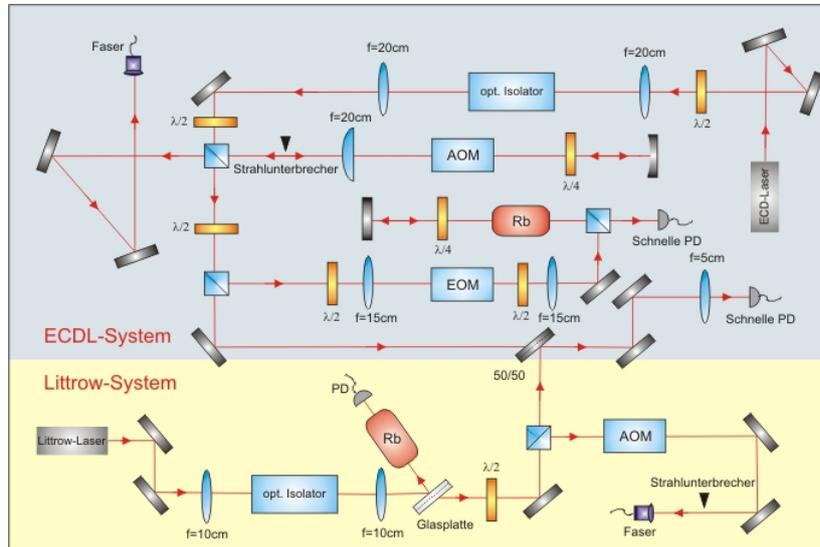


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des neu aufgebauten Lasersystems

Ein weiterer PST erzeugt einen Zweig für die Phasenmodulation mittels EOM (Eigenbau) mit anschließender dopplerfreien Sättigungsspektroskopie im Doppelpass. Der Laserstrahl wird hier mittels einer Linse der Brennweite  $f = 15 \text{ mm}$  auf den EOM-Kristall fokussiert, um einen störungsfreien Durchgang durch den Modulator zu ermöglichen. Eine zweite Linse gleicher Brennweite kollimiert den Strahl nach Durchlaufen des EOMs (vgl. Abb. 3.9).

Der verbleibende Teil, der von beiden PSTn transmittiert wird, dient dem Vergleich mit dem Littrow-System und wird dafür auf den 50/50-Strahlteiler gegeben (Abb. 4.3). Für die Schwebungsmessung wird an dieser Stelle eine schnelle Photodiode (Hamamatsu G4176, 20 GHz) verwendet.

Das ursprüngliche Littrow-System findet sich ausführlich beschrieben in [10]. Es wurde grundsätzlich neu angeordnet. Auch hier schützt ein optischer Isolator den Laser vor Rückkopplungen. Mit einer Glasplatte (Reflektivität  $R \approx 4\%$ )

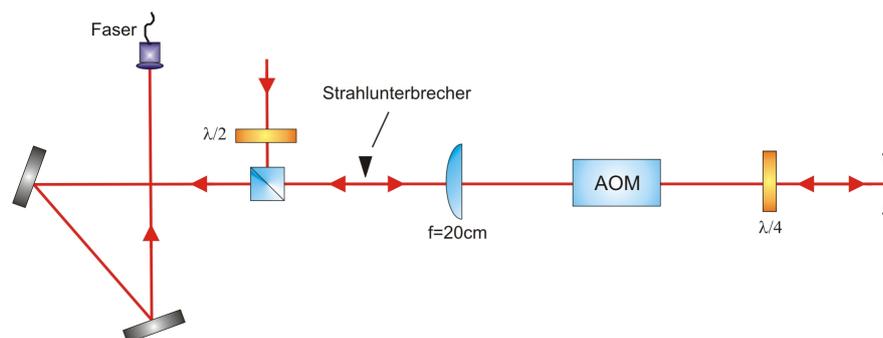


Abbildung 4.2: Aufbau des AOM-Zweiges

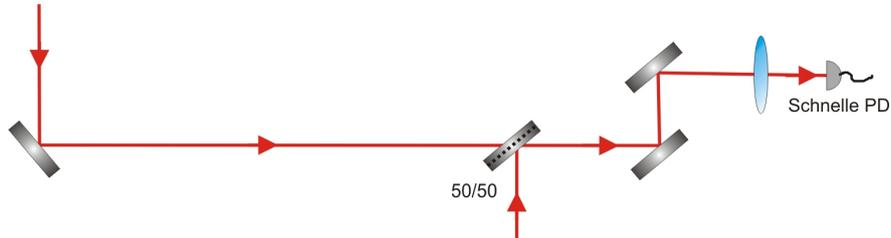


Abbildung 4.3: Aufbau des Zweiges für die Schwebungsmessung

wird eine doppler-verbreiterte Einfachspektroskopie realisiert. Diese dient dem ungefähren Auffinden des atomaren Übergangs, auf dem das Lasersystem arbeiten soll (s. Abb. 3.3).

Analog zum ECDL-System existiert ein über einen PST regelbarer Hauptzweig mit AOM (Isomet, 1205C-2-804). Im Einfachpass wird der mit 80 MHz modulierte Ausgang auf einen Faserkoppler gegeben.

Das restliche Laserlicht geht zur Überlagerung mit dem ECD-Laser auf den 50/50-Strahlteiler.

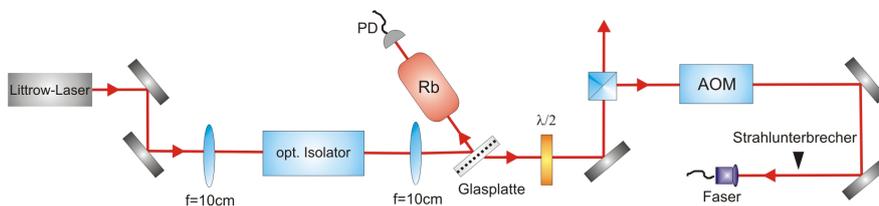


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung des Littrow-Systems

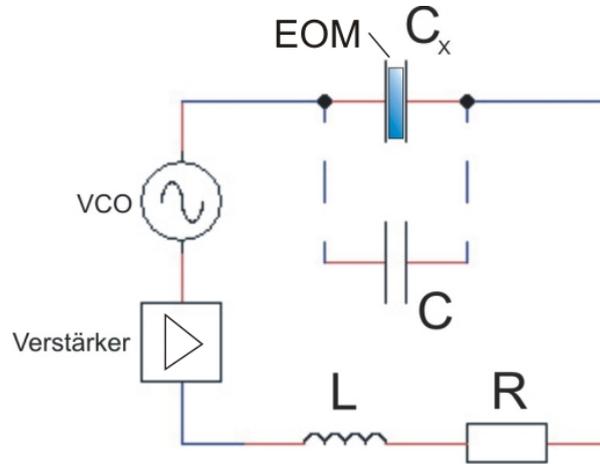
## 4.2 Stabilisierung durch ein doppler-freies Absorptionssignal

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der experimentellen Umsetzung der in Kapitel 3 behandelten Thematik. Zunächst werden die zur Erzeugung der Modulationsfrequenz nötigen elektronischen Komponenten vorgestellt. Anschließend wird auf die Realisierung der Frequenzstabilisierung eingegangen.

Ziel war es, den Laser in einem größtmöglichen Frequenzbereich gegenüber äusseren und inneren Einflüssen unempfindlich zu machen.

### 4.2.1 Elektronik zur Erzeugung der Modulationsfrequenz

Da der Kristall im EOM eine hohe Kapazität besitzt, ist ein schnell oszillierender Schwingkreis erforderlich, um die nötige Modulationsfrequenz erzeugen zu können. Der Frequenzgenerator ist hier ein VCO im Eigenbau, der eine Frequenz



**Abbildung 4.5:** Für den elektro-optischen Modulator verwendeter Reihenschwingkreis zur Erzeugung einer Schwingung von 10,24 MHz.  $L$  repräsentiert die verwendete Induktivität,  $R$  dessen Widerstand,  $C_x$  die durch die Elektroden des EOMs erzeugte Kapazität und  $C$  eine optionale Kapazität.

von 10,24 MHz erzeugt. Das Signal wird verstärkt und geht über eine Spule direkt zum EOM (vgl. Abb. 4.5). Die an den Kristall angebrachten Elektroden stellen eine planparallele Kapazität  $C_x$  dar,  $L$  die bereits erwähnte Spule deren Widerstand durch  $R$  gegeben ist. Schließlich kann ein optionaler Kondensator  $C$  verwendet werden, der parallel zum Kristall gesetzt wird, um die Resonanzfrequenz des Schwingkreises zu ändern.

Die Resonanzfrequenz dieses Reihenschwingkreises ist gegeben durch

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC_x}.$$

Bei dieser Frequenz ist die Impedanz  $Z(\omega) = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C_x})$  des Systems real und gleich dem Widerstand  $R$  ([6],[25]). Dabei bilden

$$X_L = \omega L \quad \text{den Blindwiderstand der Induktivität } L \text{ und}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C_x} \quad \text{den Blindwiderstand der Kapazität } C_x.$$

Dann ist die Spannung, die über dem Widerstand abfällt, gleich der Spannung des gesamten Schwingkreises und es fließt ein Strom der Stärke  $I = U/R$ . Die Spannungen an der Spule  $L$  sowie am Kondensator  $C_x$  haben den gleichen Betrag, sind jedoch um  $180^\circ$  phasenverschoben. Ihre Summe ist daher gleich Null [18]. An dem Kondensator allein fiel die Spannung  $U_{C_x} = X_C I$  ab. Die Güte des Resonanzkreises ist definiert als Quotient

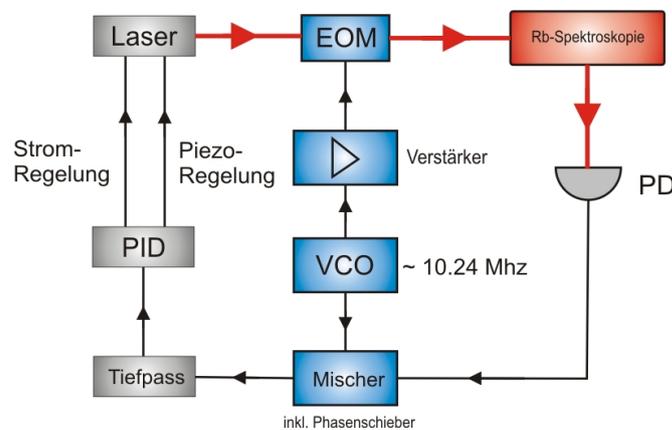
$$Q = \frac{U_{C_x}}{U} = \frac{1}{\omega_0 C_x R}. \quad (4.1)$$

Im Falle der Resonanzfrequenz wird die Spannung, die über dem Kristall abfällt, um einen Faktor verstärkt, der gleich dem  $Q$ -Faktor des resonanten Schwingkreises ist [7].

### 4.2.2 Von der Modulation zum Fehlersignal

Wie bereits in Abs. 3.2 erläutert, wird das Signal der Photodiode im Mischer mit dem Ursprungssignal des VCO vermischt. Zwischen diesen beiden Signalen besteht eine Phasendifferenz  $\varphi$ , die über einen Phasenschieber kontrolliert werden kann. Da das resultierende Fehlersignal nach (3.9) nur noch von dieser Phase  $\varphi$  abhängig ist, ist es möglich, das Fehlersignal proportional zur Ableitung der Absorption zu wählen.

Im stabilisierten Modus bedient man sich dieses Signals und benutzt einen externen PID-Regler (**P**roportional-, **I**ntegral-, **D**ifferentialregler), der den Frequenzdrift eines Lasers minimiert und das Licht auf die gewünschte Absorptionslinie stabilisiert. Dies geschieht durch den Vergleich zweier Spannungen: Die Spannung, die dem Fehlersignal entspricht (Ist-Wert) und einer an dem PID-Regler eingestellten Referenzspannung, die mittels Potentiometer variabel ist (Soll-Wert). Der Regler arbeitet nun mit der Differenz dieser beiden Spannungen (Abweichung). Der P-Teil wirkt direkt proportional zu der Abweichung, der I-Teil integriert zeitlich über die Abweichung auf den Soll-Wert und der D-Teil wirkt proportional zur zeitlichen Änderung der Abweichung. Insgesamt gesehen findet hier ein Einschwingvorgang statt. Der PID-Regler erhält ein Eingangssignal, arbeitet mit der oben beschriebenen Abweichung und gibt ein Regelsignal auf den



**Abbildung 4.6:** Schematische Darstellung des Aufbaus zur Frequenzmodulationsspektroskopie

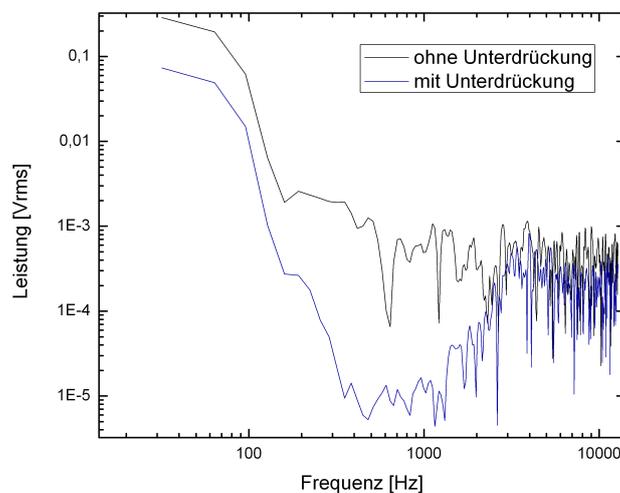
Lasertreiber. Es entsteht ein neues, bei korrekter Kalibrierung des PID-Reglers kleineres Fehlersignal, das denselben Prozess erneut durchläuft usw.

Abb. 4.6 zeigt schematisch den verwendeten Aufbau zur Stabilisierung des Lasers.

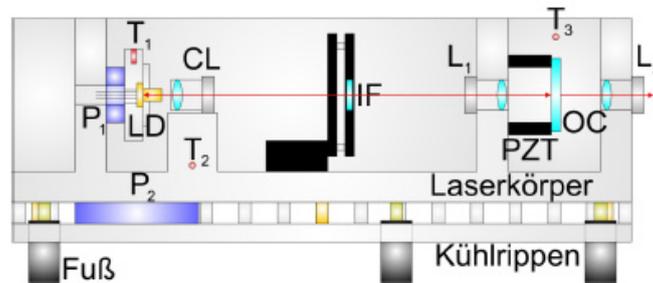
### Rauschunterdrückung des generierten Fehlersignals der FMS

Um den Laser im stabilisierten Modus zu betreiben, wird seine Frequenz exakt auf die Flanke des Fehlersignals aus der Modulationsspektroskopie eingestellt. Damit dieser Zustand möglichste Stabilität gegenüber äusseren Einflüssen erreicht, kalibriert man die jeweiligen Teile des PID-Reglers auf maximale Rauschunterdrückung im (sub)-kHz-Bereich.

Die in Abb. 4.7 dargestellte Rauschleistungskurve zeigt die experimentell erreichte Unterdrückung. Es konnten zwei Größenordnungen Unterschied erreicht werden, bevor die Unterdrückung im Bereich von 3 kHz nachlässt. Diese Frequenz liegt in dem Intervall der für Menschen möglichen akustischen Wahrnehmung: 20 Hz – 20 kHz. Hier gilt es in Zukunft, die Sensitivität des PID-Reglers für höhere Frequenzbereiche zu erweitern.



**Abbildung 4.7:** Darstellung der Rauschleistung ohne Unterdrückung (schwarz) bzw. mit Unterdrückung (blau)



**Abbildung 4.8:** Querschnittsdarstellung des realisierten Lasers im linearen Resonator, entnommen aus [9].  $P_1$  bzw.  $P_2$  stellen die Peltier-Elemente zur Kühlung der Laserdiode bzw. Lasergehäuses dar. LD bezeichnet die Laserdiode, CL die Kollimationslinse, IF den Interferenzfilter, PZT das piezoelektrische Element, OC den Auskoppelspiegel und  $L_1$  bzw.  $L_2$  die Katzenaugenlinsen. An den Punkten  $T_i$  ( $i = 1..3$ ) wird über NTC-Widerstände eine Temperaturänderung gemessen.

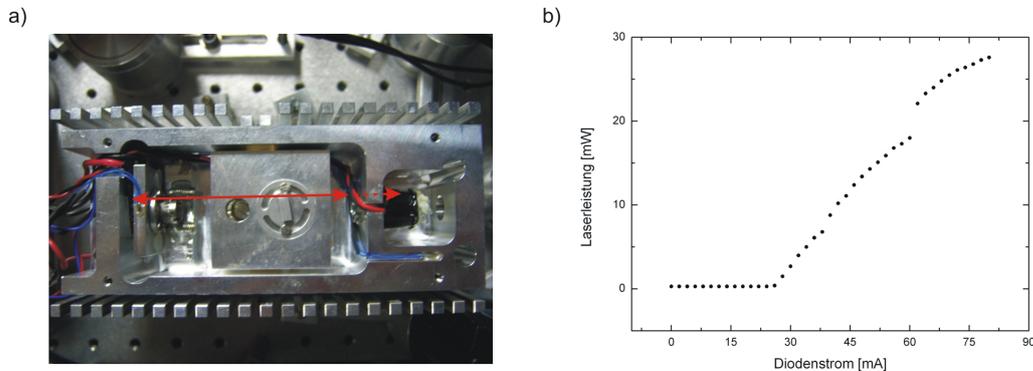
## 4.3 Der ECD-Laser im linearen Resonator

### 4.3.1 Aufbau des Resonators

Während dieser Examensarbeit wurde ein Laser im linearen Resonatordesign aufgebaut, wie in Abs. 2.4 beschrieben. Verwendet wird eine Laserdiode von Mitsubishi Electric (Typ ML601J24-01,  $\lambda_{peak} = 784 \text{ nm}$ ). Der Laserkörper besteht aus einem Certalblock, um eine hohe thermische sowie mechanische Stabilität zu gewährleisten. Wie Abb. 4.8 zeigt, registriert an dem Punkt  $T_1$  ein  $10 \text{ k}\Omega$ -NTC-Widerstand (*engl.*: Negative Temperature Coefficient-Thermistor) eine Temperaturänderung, ebenso zwei in Reihe geschaltete  $5 \text{ k}\Omega$ -NTCs an den Punkten  $T_2$  und  $T_3$ . Ein an der Laserdiode ( $P_1$ ) sowie am Laserkörper ( $P_2$ ) angebrachtes Peltier-Element dient zur Temperaturregelung.

Durch Vergabe einer Sollspannung an den externen Temperaturkontrollen werden die Temperaturen mittels der Peltier-Elemente auf einen festgelegten Wert stabilisiert. Entsteht an der Laserdiode bzw. am Lasergehäuse eine Temperaturänderung, führt dies zu einer Änderung des Widerstands am NTC. Folglich fällt nach dem Ohmschen Gesetz an dem NTC eine andere Spannung  $U_{ist}$  ab. Die Spannungsdifferenz  $\Delta U = U_{soll} - U_{ist}$  dient einer Temperaturkontrolle als Regelsignal.

Abb. 4.9 a) zeigt eine Fotografie des ECD-Lasers.



**Abbildung 4.9:** a) Fotografie des ECD-Lasers. b) Abhängigkeit der Laserleistung gemessen gegen den Diodenstrom.

### 4.3.2 Charakterisierung des ECD-Lasers

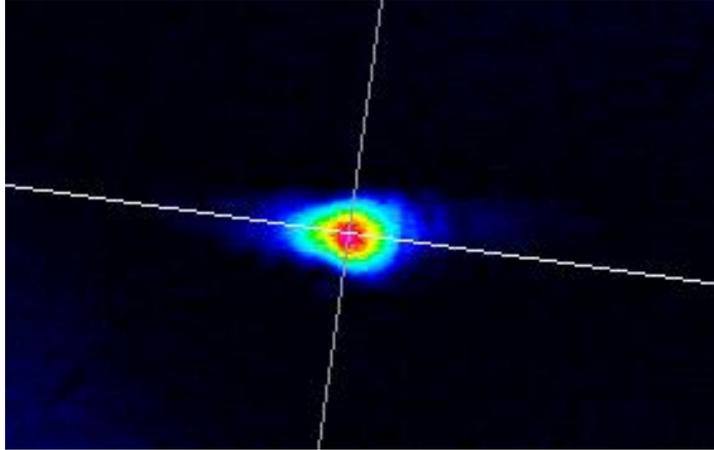
#### Laserleistung

Die Abhängigkeit der Laserleistung vom anliegenden Diodenstrom wurde ermittelt. Das Ergebnis ist in Abb. 4.9 b) dargestellt. Die gemessene Laserschwelle beträgt im linearen Resonator  $I = 24$  mA. Die versetzten Unterbrechungen sind auf die Unterdrückung bestimmter Moden durch den Interferenzfilter zurückzuführen [9]. Die gleichen Modensprünge sind bei einem Durchstimmen der Wellenlänge in Abhängigkeit des Diodenstroms wieder zu finden. Im Laserbetrieb ohne Interferenzfilter liesse sich ein direkt proportionaler Zusammenhang zwischen Laserleistung und Diodenstrom feststellen. Der Laser ist so konfiguriert, dass sich seine Frequenz bei einem Diodenstrom von  $I \approx 83$  mA im Bereich der Hyperfeinübergänge von  $^{87}\text{Rb}$  befindet und dabei eine möglichst hohe Laserleistung vorliegt. Der maximale Diodenstrom des Lasers ist auf  $I_{max} = 86$  mA eingestellt. So besteht ein kleiner Spielraum von 2 mA, um ein manuelles Durchstimmen der Laserfrequenz zum Auffinden der Hyperfeinniveaus zu ermöglichen. Bei Erreichen des Stromschwellwertes wird von dem Lasertreiber (Diode Laser Driver v2.1, ElectronIQ 2009) ein Signalton erzeugt, um den Benutzer vor einer Überbelastung der Laserdiode zu warnen, die deren Zerstörung zur Folge haben kann.

Der Laser hat beim maximalen Diodenstrom direkt nach Verlassen des Resonators eine Ausgangsleistung von  $P_{out} \approx 28$  mW, die typisch für Laser dieser Bauart ist und je nach verwendetem Diodentyp variiert.

#### Strahlprofil

Das Strahlprofil des Lasers wurde hinter der Linsenkonfiguration des optischen Isolators ( $d \approx 80$  cm) mit einer Kamera (BeamView) vermessen (s. Abb. 4.10) und anschließend mit dem Programm DataRay verarbeitet. Als Querschnittsprofil



**Abbildung 4.10:** Strahlprofil des Lasers, vermessen hinter der Faraday-Isolator-Konfiguration

wird für den Strahl ein Gauß-Profil angenommen. Für den  $1/e^2$ -Wert ergibt sich ein Strahlradius von  $r = 859,9 \mu\text{m}$ .

### Spektrale Eigenschaften

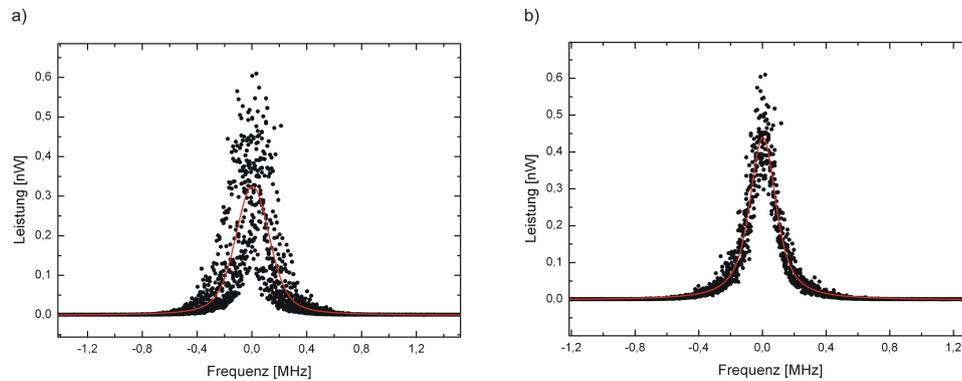
Um eine Aussage über die Güte eines Lasers machen zu können, ist es von Bedeutung, dessen Linienbreite zu kennen. Diese kann nicht direkt durch eine Photodiode vermessen werden. Durch eine Schwebungsmessung zweier Laser wird dieses Problem umgangen, siehe auch Abs. 2.5.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der entstandene ECD-Laser aufgrund solcher Schwebungsmessungen mit mehreren Referenzlasern verglichen, darunter Laser baugleicher Art des Cold Atom Sagnac Interferometers (CASI) sowie des Atomlaser-Experimentes (ATLAS). Im Folgenden wird die Messung mit dem CASI-Laser, dessen Linienbreite bekannt ist, vorgestellt.

Bei einer externen Schwebungsmessung zwischen dem gebauten ECD-Laser und dem Referenzlaser von CASI fanden insgesamt zehn Messungen bei unveränderten Rahmenbedingungen statt. Ausgewertet wurden sie unter zwei verschiedenen Gesichtspunkten: zum einen wurden die Messdaten auf derselben Frequenzskala überlagert, um die Langzeitstabilität (5 min, vgl. Abb. 4.11 a) ) zu überprüfen, zum anderen wurden die Daten auf das Signal überlagert, um im Mittel die Halbwertsbreite in der Kurzzeitstabilität (5 sec, vgl. Abb. 4.11 b) ) zu bestimmen. Der Aufbau für die Überlagerung beider Laser ist in Abb. 4.12 dargestellt.

Die Berechnung der Voigt-Regression (vgl. Abs. 2.5) für die Kurzzeitstabilität ergibt nach Mittelung eine volle Halbwertsbreite von  $\omega_V = 196,78 \text{ kHz}$ , für die Langzeitstabilität  $\omega_V = 294,59 \text{ kHz}$ .

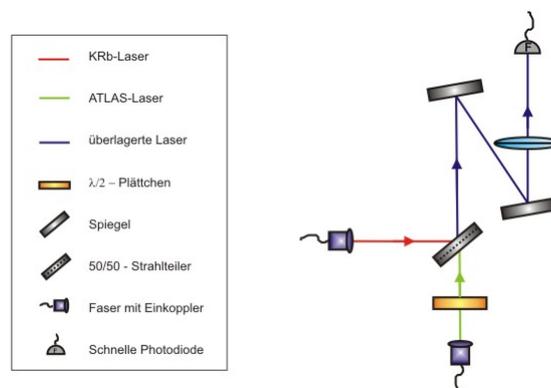
Dies bedeutet, dass das Schwebungssignal und somit zumindest eine der überlagerten Laserfrequenzen über einen gewissen Zeitraum driftet. Eine mögliche Ursa-



**Abbildung 4.11:** a) Messung der Langzeitstabilität des Schwebungssignals der ECD-Laser von KRb und CASI. Die Voigt-Regression liefert für die volle Halbwertsbreite des Lorentz-Anteils  $\omega_L = 119,05$  kHz und für die des Gauß-Anteils  $\omega_G = 224,2$  kHz. b) Messung der Kurzzeitstabilität des Schwebungssignals der ECD-Laser von KRb und CASI. Die volle Halbwertsbreite des Lorentz-Anteils beträgt  $\omega_L = 144,24$  kHz sowie die des Gauß-Anteils  $\omega_G = 99,1$  kHz. Gemittelt wurde in beiden Fällen über zehn Messungen.

che dafür wäre eine Spannungsabweichung für die Frequenzmodulation im AOM-Treiber (Crystal Technology, 1080AF). Dieser wird mit einem Netzteil (Votcraft, PS-2403D) betrieben, welches über einen Zeitraum von 30 min einen Spannungsdrift von 15 mV aufweist. Der AOM-Treiber erzeugt Frequenzen zwischen 50 – 100 MHz bei einem Spannungsbereich von nominell 1,5 – 13,5 V [15]. Bei dem erwähnten Drift wäre daher eine Ungenauigkeit von rund 62,5 kHz in der Frequenzmodulation zu erwarten. Diese erklärt jedoch nicht vollständig den Frequenzdrift von  $190 \pm 20$  kHz, der in der Langzeitmessung aufgetreten ist.

Eine weitere Möglichkeit, die den Frequenzdrift zusätzlich beeinflusst haben



**Abbildung 4.12:** Schematische Darstellung der Überlagerung von KRb- und CASI-Laser mittels Faserkoppler

könnte, ist die Positionierung des Lasersystems im Labor von CASI. Zur Zeit der Messung befand es sich in der Nähe der Klimaanlage, so dass die Luftströmung einen Einfluss auf das Messergebnis gehabt haben könnte, da der Einschwingvorgang der Temperaturcontroller unterbrochen wurde.

### Übersicht über die gemessenen Halbwertsbreiten der Schwebungssignale

beteiligte Laser	nicht-stabilisiert	stabilisiert
Littrow / ECDL	$\omega_V = 197,74 \text{ kHz}$	$\omega_V = 553,16 \text{ kHz}$
ECDL / ATLAS	$\omega_V = 75,95 \text{ kHz}$	-
ECDL / CASI	-	$\omega_{V, \text{kurz}} = 196,78 \text{ kHz}$ $\omega_{V, \text{lang}} = 294,59 \text{ kHz}$
Littrow / CASI	-	$\omega_V = 651,19 \text{ kHz}$

Weitere Schwebungsmessungen dienten u.a. der Bestimmung der Linienbreite des Littrow-Lasers. Einige der Messungen wurden im nicht-stabilisierten Modus durchgeführt. Die in der Tabelle dargestellten Ergebnisse repräsentieren die berechneten Halbwertsbreiten aus den Voigt-Regressionen der durchgeführten Schwebungsmessungen.

- Nach Gleichung (2.24) und der bekannten Linienbreite des CASI-Lasers von  $\Delta\nu = 100 \pm 5 \text{ kHz}$  [9] ergibt sich die Linienbreite des ECD-Lasers unter der Verwendung der in diesem Abschnitt berechneten Daten zu  $\Delta\nu_{ECDL} = 169,48 \text{ kHz}$ . Darüber lässt sich die Linienbreite des Littrow-Lasers zu  $\Delta\nu_{Littrow} = 526,56 \text{ kHz}$  bestimmen. Diese Werte, die sich auf die Kurzzeitstabilität beziehen, werden als verlässlich angesehen.
- Aus der gemittelten, vollen Halbwertsbreite  $\omega_{V, \text{lang}} = 294,59 \text{ kHz}$  für die gemessene Langzeitstabilität folgt für den ECD-Laser eine Linienbreite von  $\Delta\nu_{ECDL} = 277,09 \text{ kHz}$ . Dieser Wert begründet sich auf einen Frequenzdrift des Schwebungssignals und wird daher für die weiteren Betrachtungen nicht weiter berücksichtigt.
- Das Ergebnis  $\omega_V = 75,95 \text{ kHz}$  der nicht-stabilisierten Messung zwischen den ECD-Lasern dieses Systems und ATLAS kann nicht repräsentativ sein. Zum einen resultiert das Ergebnis aus einer Einzelmessung, zum anderen kann die Breite eines Schwebungssignals nicht schmaler sein, als es die Linienbreite eines der beteiligten Lasers ist (vgl. (2.24)).
- Aus der berechneten Linienbreite des Littrow-Lasers und dem als fest angenommenen Wert für den CASI-Laser resultiert eine Halbwertsbreite  $\omega_V =$

535,97 kHz für das Schwebungssignal im Gegensatz zum experimentell ermittelten Wert von  $\omega_V = 651,19$  kHz. Mögliche Ursachen wären eine Instabilität des Littrow-Lasers oder die bereits erwähnten Umstände der Positionierung des Lasersystems im Labor von CASI.

Nachdem in diesem Kapitel der Aufbau sowie die Charakteristika des Lasersystems vorgestellt wurden, kann dieses als gut verstanden angesehen werden. Ausgehend von den Berechnungen für die Linienbreite des Systems ist hiermit eine Grundlage für weitere, vielfältige Experimente geschaffen.

# KAPITEL 5

---

## Ausblick

---

Im KRb-Experiment eingesetzt, verspricht das neue Lasersystem mit geringerer Linienbreite primär eine Verbesserung der Detektion. Angedacht ist in Zukunft eine Umstrukturierung der Dipolfalle auf einer separaten Montageplatte. Der Detektionsstrahl liesse sich dann direkt über die Faser vom Lasersystem einkoppeln. Somit könnten die bisherigen Elemente, die zur Justage des Detektionsstrahls notwendig waren, eingespart und ungewollte Interferenzeffekte, die zur Zeit noch vorhanden sind, vermindert werden. Außerdem bietet er mehr Leistung als der vorherige Detektionsstrahl, wodurch man flexibler in der Detektionsintensität ist.

Bereits in der Vergangenheit diente das ehemalige Lasersystem zur Stabilisierung ultrakalter Feshbach-Moleküle. Deren Lebenszeit ist in molekularen Ensembles durch Stöße mit vorhandenen  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen begrenzt. Um diese Stöße zu unterbinden, müssen die Rubidium-Atome noch bei hohen Magnetfeldern anregbar sein, um die Falle verlassen zu können. Auch in Zukunft wird das neue Lasersystem diese Funktion erfüllen können. Für nähere Informationen siehe auch [10].

Grundsätzlich gilt, dass das entstandene Lasersystem noch Spielraum für Optimierung bietet. So kann zum Beispiel die Rauschunterdrückung des Fehlersignals aus der FMS auf einen größeren Frequenzbereich ausgedehnt werden. Darüber hinaus könnte der beobachtete Drift in der Langzeitstabilität des Lasers in Zukunft eingehender untersucht bzw. eine Minimierung dessen angestrebt werden.

Bei Berücksichtigung der genannten Punkte ist mit dem neuen Lasersystem eine vielseitige und leistungsstarke Unterstützung für die Hochpräzisionsforschung am Institut für Quantenoptik gegeben.



# ANHANG A

---

## Herleitung der Intensität am Photodetektor

---

Ausgegangen wird in Abs. 3.3 von der registrierten Intensität am Photodetektor  $I_3(t) = c|\tilde{E}_3(t)|^2/8\pi$  mit

$$\begin{aligned} |\tilde{E}_3(t)|^2 &= \tilde{E}_3(t) \cdot \tilde{E}_3(t)^* \\ &= E_0^2 e^{-2\delta_0} \left( 1 - \frac{M}{2} e^{\delta_0 - \delta_{-1} - i(\phi_0 - \phi_{-1})} e^{i\Omega t} - \frac{M}{2} e^{\delta_0 - \delta_{-1} + i(\phi_0 - \phi_{-1})} e^{-i\Omega t} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{M}{2} e^{\delta_0 - \delta_{+1} - i(\phi_{+1} - \phi_0)} e^{i\Omega t} + \frac{M}{2} e^{\delta_0 - \delta_{+1} + i(\phi_{+1} - \phi_0)} e^{-i\Omega t} \right). \end{aligned}$$

Die Terme, die ein  $M/2$  beinhalten, werden folgendermaßen umgeschrieben: Aus  $\frac{M}{2} e^{\dots}$  wird  $(\frac{M}{4} e^{\dots} + \frac{M}{4} e^{\dots})$ . Anschließend werden mit Hilfe der komplex konjugierten Phasendifferenz künstlich Nullen erzeugt, so wird zum Beispiel aus:

$$\begin{aligned} \frac{M}{4} e^{\delta_0 - \delta_1 - i(\phi_1 - \phi_0)} e^{i\Omega t} &= \frac{M}{4} e^{\delta_0 - \delta_1 - i(\phi_1 - \phi_0)} e^{i\Omega t} + \left( \frac{M}{4} e^{\delta_0 - \delta_1 + i(\phi_1 - \phi_0)} e^{i\Omega t} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{M}{4} e^{\delta_0 - \delta_1 + i(\phi_1 - \phi_0)} e^{i\Omega t} \right) \end{aligned}$$

Umordnung der so neu gewonnenen Terme und geeignete Faktorisierung liefert schließlich den folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
|\tilde{E}_3(t)|^2 = E_0^2 e^{-2\delta_0} & \left[ 1 + M \left[ \frac{e^{\delta_0 - \delta_{+1}}}{2} (e^{i(\phi_{+1} - \phi_0)} + e^{-i(\phi_{+1} - \phi_0)}) - \right. \right. \\
& \left. \frac{e^{\delta_0 - \delta_{-1}}}{2} (e^{i(\phi_0 - \phi_{-1})} + e^{-i(\phi_0 - \phi_{-1})}) \right] \cdot \frac{1}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) + \\
& + M \left[ \frac{e^{\delta_0 - \delta_{+1}}}{2i} (e^{i(\phi_{+1} - \phi_0)} - e^{-i(\phi_{+1} - \phi_0)}) - \right. \\
& \left. - \frac{e^{\delta_0 - \delta_{-1}}}{2i} (e^{i(\phi_0 - \phi_{-1})} - e^{-i(\phi_0 - \phi_{-1})}) \right] \cdot \frac{1}{2i} (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}) \Big]
\end{aligned} \tag{A.1}$$

Unter Verwendung der Eulerschen Formeln resultiert die Intensität am Photodetektor zu [12]:

$$\begin{aligned}
I_3(t) = \frac{cE_0^2}{8\pi} e^{-2\delta_0} & \left[ 1 + \left[ e^{\delta_0 - \delta_{+1}} \cos(\phi_{+1} - \phi_0) - e^{\delta_0 - \delta_{-1}} \cos(\phi_0 - \phi_{-1}) \right] M \cos(\Omega t) + \right. \\
& \left. + \left[ e^{\delta_0 - \delta_{+1}} \sin(\phi_{+1} - \phi_0) - e^{\delta_0 - \delta_{-1}} \sin(\phi_0 - \phi_{-1}) \right] M \sin(\Omega t) \right]
\end{aligned} \tag{A.2}$$

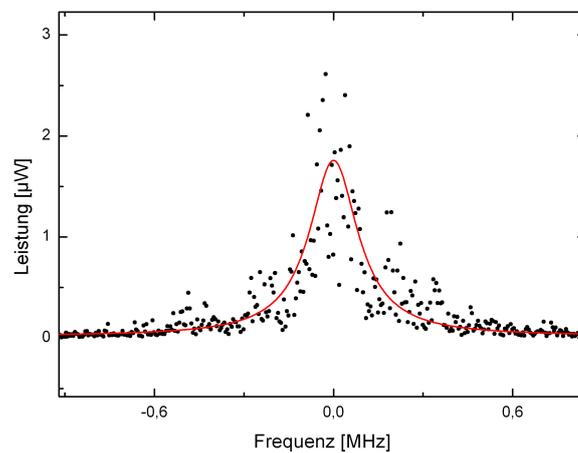
# ANHANG B

---

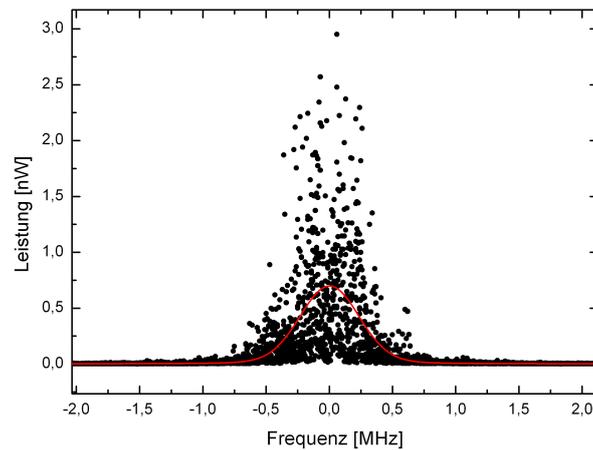
## Schwebungsmessungen

---

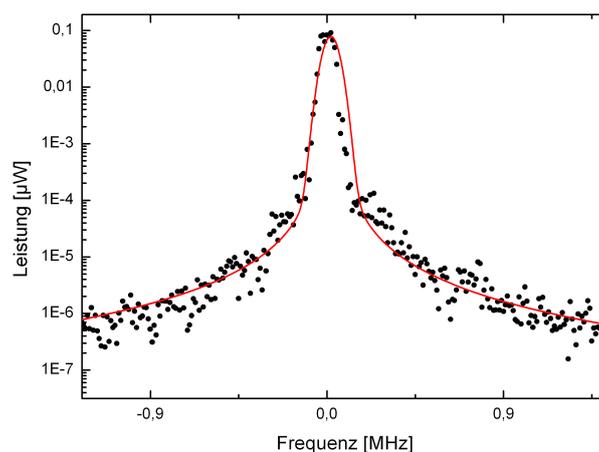
In diesem Anhang sollen die weiteren, durchgeführten Schwebungsmessungen vorgestellt werden.



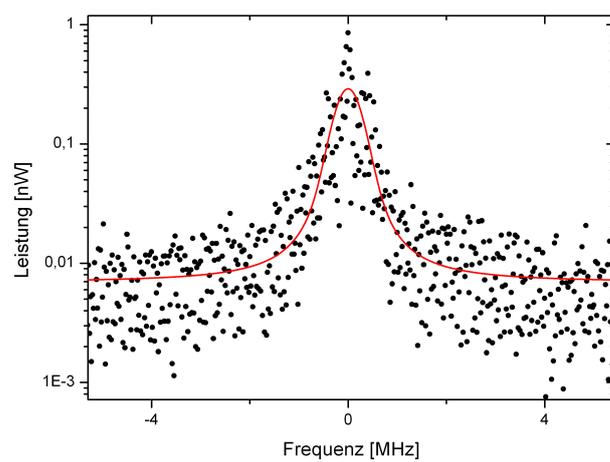
**Abbildung B.1:** Schwebungssignal von ECD- und Littrow-Laser mit durchgeführter Voigt-Regression. Die Halbwertsbreite des Gauß-Profils beträgt  $\omega_G = 1,23$  kHz bzw. die des Lorentz-Profils  $\omega_L = 197,74$  kHz. Die nicht-stabilisierte Messung ergibt eine Halbwertsbreite des Voigt-Profils von  $\omega_V = 197,74$  kHz.



**Abbildung B.2:** Schwebungssignal von ECD- und Littrow-Laser im stabilisierten Modus und durchgeführter Voigt-Regression. Die Halbwertsbreite des Gauß-Profiles beträgt  $\omega_G = 518,63$  kHz bzw. die des Lorentz-Profiles  $\omega_L = 63,03$  kHz. Im stabilisierten Modus ergibt sich nach Mittelung von zehn Messungen auf das Schwebungssignal die Halbwertsbreite des Voigt-Profiles zu  $\omega_V = 553,16$  kHz.



**Abbildung B.3:** Schwebungssignal von ECD- und ATLAS-Laser mit Voigt-Regression. Die Halbwertsbreite des Gauß-Profiles beträgt  $\omega_G = 85,21$  kHz bzw. die des Lorentz-Profiles  $\omega_L = 1,1$  kHz. Die Halbwertsbreite des Voigt-Profiles ergibt sich zu  $\omega_V = 85,79$  kHz.



**Abbildung B.4:** Voigt-Regression der Schwebungsmessung zwischen Littrow- und CASI-Laser. Für den Lorentz-Anteil ergibt sich  $\omega_L = 256,53$  kHz bzw. für den Gauß-Anteil  $\omega_G = 500$  kHz als volle Halbwertsbreite. Die Einzelmessung liefert das Ergebnis  $\omega_V = 651,19$  kHz für die volle Halbwertsbreite des Voigt-Profiles.



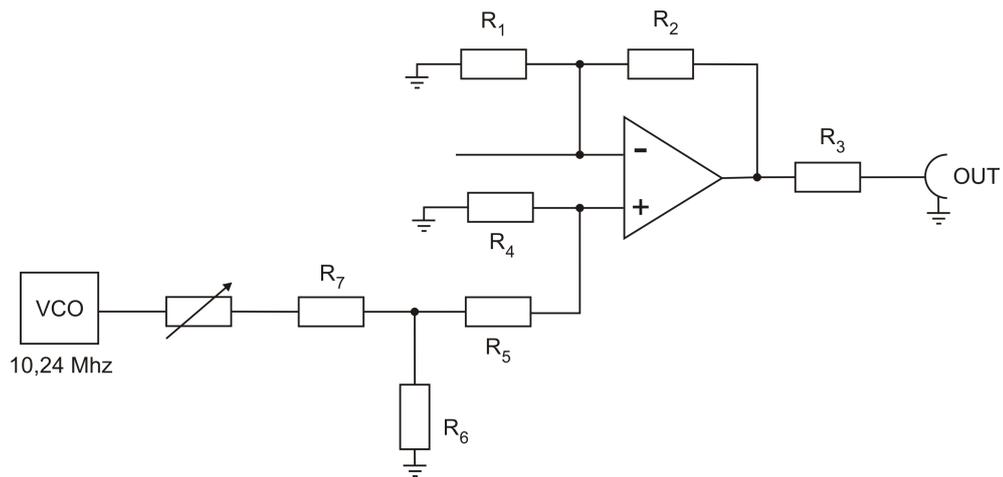
# ANHANG C

---

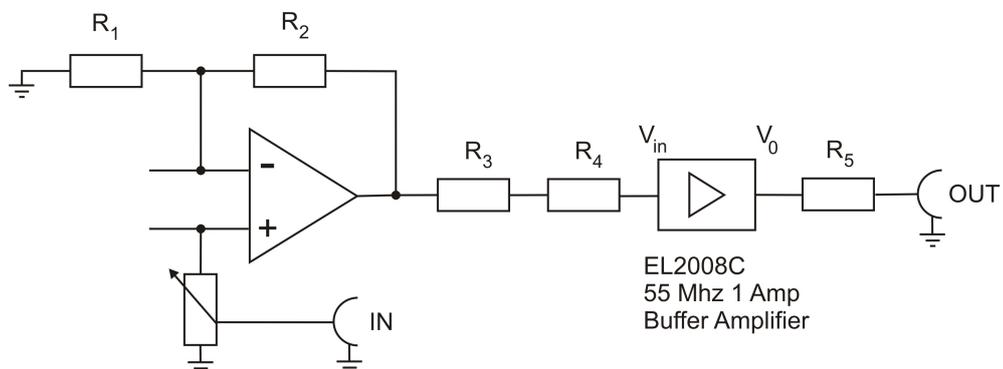
## Schaltbilder

---

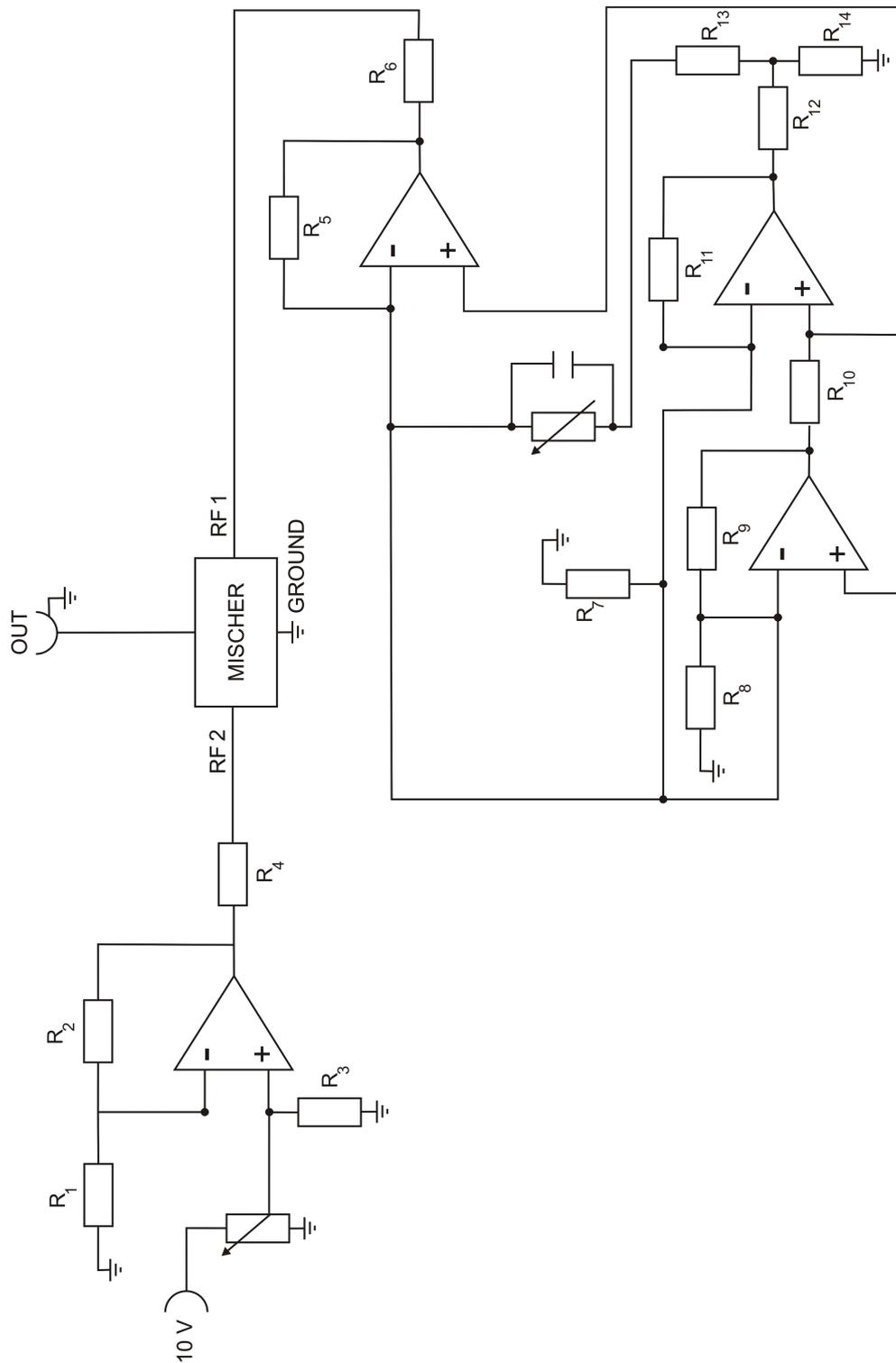
Hier werden die Schaltbilder der Komponenten, die im Aufbau zur Frequenzmodulationsspektroskopie Anwendung finden, aufgeführt.



**Abbildung C.1:** Schaltbild des spannungskontrollierten Oszillators (VCO). Bei diesem Bauteil handelt es sich um einen elektronischen Schwingungserzeuger, dessen Frequenz von einer anliegenden Spannung abhängig ist.



**Abbildung C.2:** Schaltbild des Verstärkers. Dieser verstärkt das Signal des VCO um einen Faktor 2.



**Abbildung C.3:** Schaltbild des Mischers. Hier werden das Signal der Photodiode, das aus der Frequenzmodulationsspektroskopie resultiert und das ursprüngliche Signal des VCO überlagert, mit dem Ergebnis eines demodulierten Regelsignals.



---

# Literaturverzeichnis

---

- [1] Einstein, A.: *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*  
Sitzungsbericht der phys.-math. Klasse, 1924
- [2] Dalfovo et al.: *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*  
Rev. Mod. Phys., Vol. 71, No. 3, pp. 463-512, 1999
- [3] Luennemann et al.: *Electrooptic properties of lithium niobate crystals for extremely high external electric fields*  
Appl. Phys. B 76, pp. 403-406, 2003
- [4] Nakatsuka et al.: *Rapid growth over 50 mm/day of water-soluble KDP crystal*  
Journal of Crystal Growth 171, p. 531-537, 1997
- [5] Meschede, D.: *Optik, Licht und Laser*  
Teubner, 1999
- [6] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*  
3. Auflage, Springer Verlag, 2004
- [7] Dammalapati, U.: *Metastable D-State Spectroscopy and Laser Cooling of Barium*  
PhD Thesis, Rijksuniversiteit Groningen, 2006
- [8] Demtröder, W.: *Laserspektroskopie, Grundlagen und Techniken*  
Springer Berlin, 2004
- [9] Schubert, C.: *Realisierung eines schmalbandigen Diodenlasersystems hoher Ausgangsleistung für Präzisionsmessungen an  $^{87}\text{Rb}$  Atomen*  
Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2007

- 
- [10] Kattner, L.: *Laser System for the Stabilization of Ultracold Feshbach Molecules*  
Master Thesis, Leibniz Universität Hannover, 2008
- [11] Bjorklund, G.: *Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions*  
Opt. Lett., Vol. 5, No.1, pp. 15-17, 1980
- [12] Bronstein et al.: *Taschenbuch der Mathematik*  
5. Auflage, Verlag Harri Deutsch, 2001
- [13] Günter, K.: *Frequenz- und Phasenstabilisierung von Diodenlasern*  
Diplomarbeit, Eidg. Technische Hochschule Zürich, 2003
- [14] Topic, O.: *Präparation einer ultrakalten Bose-Fermi Mischung*  
Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2005
- [15] Datenblatt Voltcraft Labornetzgerät PS-2403-D
- [16] Klempt, C.: *Wechselwirkung in Bose-Fermi-Quantengasen*  
Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2008
- [17] Setiawan, W.: *A New Degenerate Fermi Gas Apparatus*  
Bachelor Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2007
- [18] Tipler, P.: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*  
2. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, 2004
- [19] Großkloß et al.: *Sensitive Amplitude- and Phase-Modulated Absorption-Spectroscopy with a Continuously Tunable Diode Laser*  
Appl. Phys. B 58, pp. 137-142, 1994
- [20] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 3 - Atome, Moleküle und Festkörper*  
3. Auflage, Springer Verlag, 2004
- [21] Santos, L.: *Theory of ultracold atomic gases*  
Vorlesung, Leibniz Universität Hannover, 2009
- [22] Kneubühl, F., Sigrist, M.: *Laser*  
7. Auflage, Vieweg+Teubner, 2008
- [23] Svelto, O.: *Principles of Laser*  
Heyden, 1976
- [24] Gehrman, A. L.: *Evaporative Kühlung in optischen Dipolfallen*  
Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2005

- [25] Lindner, H.: *Physik für Ingenieure*  
12. Auflage, Vieweg, 1988
- [26] Grimm *et al.*: *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*  
arxiv.org/physics/9902072, 1999
- [27] Arnold *et al.*: *A simple extended-cavity diode laser*  
Rev. Scient. Inst., Vol. 69, No.3, 1997
- [28] Allgemeine Deutsche Biographie (ADB)  
Band 19, Duncker & Humblot, Leipzig, 1884
- [29] Hawthorn *et al.*: *Littrow configuration tunable external cavity diode laser with fixed direction output beam*  
Rev. Scient. Inst., Vol. 72, No.12, 2001
- [30] Harvey, K. C., C. J. Myatt: *External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating*  
Opt. Lett., Vol. 16, No.12, pp. 910-912 , 1991
- [31] Liu, K., Littman, M. G.: *Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers*  
Opt. Lett., Vol. 6, No. 3, pp. 117-118, 1981
- [32] Datenblatt für Laserdiode ML601J24-01 (Mitsubishi Electric)
- [33] Baillard *et al.*: *Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers*  
Opt. Comm. 266, pp. 609-613, 2006
- [34] Gilowski *et al.*: *Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms*  
Opt. Comm. 280, pp. 443-447, 2007
- [35] Kleine Büning, G.: *Lasersystem zum Fangen und Kühlen von  $^{87}\text{Rb}$*   
Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2006
- [36] Olivero, J. J., R. L. Longbothum: *Empirical fits to the Voigt line width: A brief review*  
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 17, pp. 233-236, 1977
- [37] Steck, D. A.: *Rubidium 87 D Line Data*  
available online at <http://steck.us/alkalidata>  
(revision 2.1, 1 September 2008)



---

# Abbildungsverzeichnis

---

2.1	Schematische Darstellung eines Lasers . . . . .	6
2.2	Spontane und stimulierte Emission . . . . .	6
2.3	Schematischer Aufbau einer Laserdiode . . . . .	8
2.4	Energieniveauschema eines p-n-Halbleiters . . . . .	8
2.5	Bändermodell eines idealen Halbleiters . . . . .	9
2.6	Funktionsprinzip eines Halbleiterlasers . . . . .	10
2.7	ECD-Laser in Littrow-Konfiguration . . . . .	12
2.8	Littman-Konfiguration mit Pivot-Punkt P . . . . .	13
2.9	Darstellung des linearen Resonators . . . . .	17
3.1	Darstellung einer Gauß-Funktion und Lorentz-Funktion . . . . .	23
3.2	Aufbau der doppler-freien Sättigungsspektroskopie . . . . .	23
3.3	Aufgelöste Fein- bzw. Hyperfeinstruktur von $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	24
3.4	Verhalten der Seitenbänder nahe einer atomaren Resonanz . . . . .	26
3.5	Schematische Darstellung der modulierten Seitenbänder . . . . .	27
3.6	Absorptionssignal und Fehlersignal . . . . .	29
3.7	Schematische Darstellung des elektro-optischen Modulators . . . . .	30
3.8	Phasenmodulation durch einen anisotropen Kristall . . . . .	31
3.9	Aufbau des Zweiges zur Frequenzstabilisierung . . . . .	32
4.1	Das aufgebaute Lasersystem . . . . .	34
4.2	Aufbau des AOM-Zweiges . . . . .	34
4.3	Aufbau des Zweiges für die Schwebungsmessung . . . . .	35
4.4	Schematische Darstellung des Littrow-Systems . . . . .	35
4.5	Reihenschwingkreis für den elektro-optischen Modulator . . . . .	36

---

4.6	Aufbau der Frequenzmodulationsspektroskopie . . . . .	37
4.7	Darstellung der Rauschleistung . . . . .	38
4.8	Querschnitt des linearen Resonators . . . . .	39
4.9	Fotografie und gemessene Laserleistung des ECD-Lasers . . . . .	40
4.10	Strahlprofil des Lasers . . . . .	41
4.11	Stabilität des Schwebungssignals zweier ECD-Laser . . . . .	42
4.12	Überlagerung von KRb- und CASI-Laser . . . . .	42
B.1	Schwebungssignal von ECD- und Littrow-Laser, nicht-stabilisiert .	49
B.2	Schwebungssignal von ECD- und Littrow-Laser, stabilisiert . . . .	50
B.3	Schwebungssignal von ECD- und ATLAS-Laser . . . . .	50
B.4	Schwebungsmessung zwischen Littrow- und CASI-Laser . . . . .	51
C.1	Schaltbild des Oszillators . . . . .	54
C.2	Schaltbild des Verstärkers . . . . .	54
C.3	Schaltbild des Mischers . . . . .	55

---

# Selbständigkeitserklärung

---

Ich versichere, dass ich die Hausarbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und die Stellen der Arbeit, die im Wortlaut oder Sinn nach anderen Werken entlehnt sind, unter Angabe der Quelle in jedem einzelnen Fall kenntlich gemacht habe.

---

(Datum)

---

(Unterschrift)



---

# Danksagung

---

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denen bedanken, die zum Gelingen dieser Staatsexamensarbeit beigetragen haben.

Mein erster Dank gilt Herrn Dr. Rüdiger Scholz, der mir die Kontaktaufnahme zum Institut für Quantenoptik ermöglicht hat.

Herrn Prof. Dr. Jan Arlt danke ich für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und die Möglichkeit, in dieser meine Examensarbeit schreiben zu können. Es hat mich gefreut, an einem interessanten Forschungsprojekt teilnehmen zu können und hier einen kleinen Beitrag beisteuern zu können.

Für die exzellenten Forschungsbedingungen im Institut sowie die unkomplizierte und freundliche Übernahme des Koreferates danke ich besonders Herrn Prof. Dr. Wolfgang Ertmer.

Bei Manuel, Olli und Carsten möchte ich mich für die Betreuung in den vergangenen sechs Monaten bedanken. Ihre Unterstützung war ein wertvoller Beitrag für meine Arbeit.

Allen anderen Mitarbeitern am Institut für Quantenoptik danke ich für die freundliche Arbeitsatmosphäre. Sie standen mir immer mit Rat und Tat zur Seite und hatten stets ein offenes Ohr für mich.

Meinen Freunden danke ich für die mentale Unterstützung. Ihre guten Worte und ihre Gesellschaft haben mich immer wieder aufgebaut und motiviert.

Zuletzt möchte ich mich herzlichst bei meinen Eltern bedanken. Sie haben mir das Studium an der Leibniz Universität Hannover ermöglicht und mir auch sonst zu jeder Zeit den Rücken gestärkt. Sie haben mich in schwierigen Zeiten ertragen und immer ermuntert, meinen Weg zu gehen. Ohne sie hätte ich all dies nicht verwirklichen können.

Vielen Dank