
ANALYSE EINER OPTISCHEN DIPOLFALLE
FÜR KALIUM UND RUBIDIUM ALS QUELLE
FÜR DIE ATOMINTERFEROMETRIE

Diplomarbeit
von

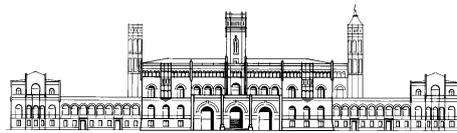
Jonas Matthias

angefertigt am
Institut für Quantenoptik

unter Anleitung von
Prof. Dr. Ernst M. Rasel
2. August 2013

Analyse einer optischen Dipolfalle für Kalium und Rubidium als Quelle für die Atominterferometrie

Diplomarbeit



vorgelegt der Fakultät für Mathematik und Physik
der Leibniz Universität Hannover

Referent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel
Koreferent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer

2. August 2013

ZUSAMMENFASSUNG

Diese Arbeit beschreibt den Aufbau einer stabilisierten optischen Dipolfalle bei einer Wellenlänge von $2\ \mu\text{m}$ und das Beladen der Falle mit Kalium-39 und Rubidium-87 mit Blick auf die Anwendung als Quelle für die Atominterferometrie. Ein Schwerpunkt liegt auf der technischen Realisierung der Stabilisierung der Falltiefe über die Kontrolle der Fallenlaserintensität mit einer Pockelszelle und einem Polarisationsanalysator. Ein digitaler „feed forward“-Filter berechnet die Pockelszellenspannung zu einem Transmissionswert, der von einem digitalen Proportional-Integral-Regler generiert wird. Mit der aufgebauten Regelung werden Langzeitdriften von Polarisation und Intensität der Laserquelle bei einem beliebig einstellbaren Sollwert der Fallenlaserintensität unterdrückt. Die digitale Signalverarbeitung wurde in einem Field Programmable Gate Array (FPGA) implementiert, der parallele Berechnungen mit hoher Auflösung und somit einem niedrigen Quantisierungsrauschen bei kurzen Latenzzeiten ermöglicht. Die dadurch erreichbare Regelbandbreite bis in den Bereich weniger MHz ermöglicht den Einsatz eines FPGAs in weiteren Anwendungsbereichen wie der Frequenzstabilisierung eines Diodenlasers. Die digitale Regelung erlaubt es, mit geringem technischen Aufwand das System über eine Computerschnittstelle zu beeinflussen.

Die beschriebene stabilisierte optische Dipolfalle wurde mit kalten atomaren Ensembles von Kalium-39 und Rubidium-87 beladen. In einem ersten Test des Rampengenerators für die stetige Absenkung der Falltiefe konnte mit der aufgebauten Steuerung die evaporative Kühlung von Rubidiumatomen auf $13,6\ \mu\text{K}$ demonstriert werden. In Zukunft soll die Dipolfalle als Quelle für ein atominterferometrisches Gravimeter eingesetzt werden, das kalte atomare Ensembles mit einer stabilen Startposition erfordert. Für einen quantenmechanischen Test der Universalität des freien Falls durch Vergleich der lokalen Erdbeschleunigung von Kalium-39 und Rubidium-87 garantiert das Freilassen beider Spezies aus einer gemeinsamen optischen Dipolfalle eine präzise überlagerte Startposition für die Interferometrie.

INHALTSVERZEICHNIS

Zusammenfassung	i
1 Einleitung	1
2 Theorie	5
2.1 Optische Dipolfalle	5
2.1.1 Fallenpotential einer Einzelstrahlfalle	7
2.1.2 Dynamische Polarisierbarkeit	10
2.2 Signalverarbeitung in Reglern	12
2.2.1 Proportional-Regler	12
2.2.2 Integral-Regler	14
2.3 Übertragungsfunktionen	15
2.3.1 Nyquist-Kriterium	16
2.3.2 Proportional-Integral-Regler	19
3 Aufbau	21
3.1 Experimentierkammer	21
3.2 Abbildung atomarer Ensembles	22
3.2.1 Absorptionsabbildung	22
3.2.2 Fluoreszenzabbildung	24
3.3 Intensitätssteuerung	25
3.3.1 Funktionsweise der Pockelszelle	25
3.3.2 Strahlengang der Intensitätssteuerung	26
3.4 Intensitätsstabilisierung	28
3.4.1 Digitale Signalverarbeitung	28
3.4.2 Digitalisierung	34
3.4.3 Regelschleife	36

4	Experimentelle Ergebnisse	39
4.1	Charakterisierung der Regelschleife	39
4.1.1	Frequenzgang	39
4.1.2	Spektrale Rauschdichte	43
4.1.3	Langzeitstabilität	47
4.2	Charakterisierung der Dipolfalle	48
4.2.1	Lebensdauer in der Dipolfalle	49
4.2.2	Temperatur der gefangenen Atome	50
4.2.3	Bestimmung der Fallenfrequenz	52
4.2.4	Optisches Kühlen	54
4.2.5	Evaporatives Kühlen	55
5	Ausblick	57
	Literaturverzeichnis	61
	Bildnachweis	65

KAPITEL 1

EINLEITUNG

Das auf Galileo Galilei zurückgehende schwache Äquivalenzprinzip, das die Gleichheit von schwerer und träger Masse postuliert, ist als Universalität des freien Falls (UFF) Bestandteil des Einsteinschen Äquivalenzprinzips [1]. Das Postulat bedeutet, dass zwei Objekte unterschiedlicher Masse im gleichen Gravitationsfeld gleiche Beschleunigungen erfahren, solange keine externen Einflüsse einwirken. Wenn für zwei unterschiedliche Testmassen zur gleichen Zeit am gleichen Ort unterschiedliche lokale gravitative Beschleunigungen gemessen würden, wäre das Äquivalenzprinzip also verletzt.

Das lokale Gravitationsfeld der Erde wird in einem Absolutgravimeter durch eine Messung der Beschleunigung einer Testmasse im freien Fall bestimmt. Gravimeter werden in der Geodäsie zur zeitlichen Erfassung von lokalen Schwereänderungen eingesetzt, um unter anderem Modelle zum Deformationsverhalten der Erdkruste zu überprüfen. So ist die nacheiszeitliche Landhebung in Nordeuropa Gegenstand aktueller Forschungen, im Zuge derer jährliche episodische Messungen an unterschiedlichen Messstationen in Fennoskandien mit einem FG5 Absolutgravimeter durchgeführt wurden [2]. Dieses Gravimeter basiert auf einem Laserinterferometer, mit dem die Bewegung eines frei fallenden Spiegels ausgemessen wird. Dazu teilt ein Strahlteiler einen Laserstrahl in eine Teilwelle, die am fallenden Spiegel reflektiert wird, und eine zweite Teilwelle, die in einem Referenzarm mit fester Länge ebenfalls an einem Spiegel zurückgelenkt wird. Die separierten Anteile der Lichtwelle werden am Strahlteiler wieder überlagert und interferieren miteinander, sodass die Amplitude der rekombinierten Lichtwelle abhängig von der Weglängendifferenz der beiden Arme bezogen auf die Wellenlänge ist. Die Teilwellen löschen sich aus, wenn eine Teilwelle eine halbe Wellenlänge gegenüber der anderen versetzt ist. Beträgt

der Weglängenunterschied hingegen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, interferieren die Teilwellen konstruktiv und die Amplitude ist maximal. Somit werden durch Messung der Laserintensität am Interferometerausgang Weglängenänderungen eines Arms kleiner als die Wellenlänge aufgelöst, aus denen die Beschleunigung des frei fallenden Spiegels präzise bestimmt wird. Die Messung wird in einer Vakuumröhre durchgeführt, damit der Spiegel ungestört fällt. Anschließend wird der Spiegel abgebremst und wieder in die Ausgangsposition gebracht. Um die dabei entstehen Vibrationen ausklingen zu lassen, kann die nächste Messung erst nach ungefähr 30 s durchgeführt werden. Bei Langzeitdatenaufnahmen beträgt die Zeit zwischen zwei Messungen mehrere Minuten, um den Verschleiß der Mechanik zu reduzieren.

In einem atomaren Gravimeter [3] tritt kein mechanischer Verschleiß auf, da sich hier im Vakuum eine kalte atomare Wolke geringer Dichte im freien Fall befindet und kein makroskopisches Objekt bewegt werden muss. Die Welleneigenschaften von Atomen werden genutzt, um ein auf Beschleunigungen empfindliches Atominterferometer zu realisieren. Dazu treten Lichtpulse, die einen Impuls auf die Atome übertragen, an die Stelle von Strahlteilern und Spiegeln. Ein Strahlteilerpuls teilt die atomare Wellenfunktion in einen Teil mit zusätzlichem Impuls und einen Teil ohne Veränderung des Bewegungszustands auf. Mit einem Spiegelpuls bekommen die Teilwellen einen Impuls aufeinander zu und schließlich werden sie mit einem zweiten Strahlteilerpuls wieder überlagert. Das Interferometer hat zwei Ausgangszustände, in denen die Teilwellen miteinander interferieren, sodass die Zahl der Atome in den Ausgangszuständen abhängig von der Interferometerphase ist, die den Atomen durch die Lichtpulse aufgeprägt wird. Verschiebt sich die Lichtphase zwischen den Pulsen, beeinflusst dies die Interferometerphase. Ändert sich die Geschwindigkeit der Atome gegenüber den Lichtfeldern, wird die Frequenz der Lichtpulse dopplerverschoben, was zu einem Phasenschub führt. Dadurch ist die Phase des Atominterferometers empfindlich auf Beschleunigungen in Richtung des Impulsübertrags der Strahlteiler.

Mit dem Vergleich zweier Gravimeter mit unterschiedlichen Testmassen lässt sich die Universalität des Freien Falls testen. Dabei ist sicherzustellen, dass beide Gravimeter das gleiche Gravitationsfeld vermessen. Das Gravitationsfeld der Erde nimmt mit zunehmendem Abstand ab, daher hängt die Genauigkeit der Messung von der Genauigkeit der Position ab. Auch die Massenverteilung der Umgebung beeinflusst eine Messung und führt zu Ungenauigkeiten, wenn zwei Gravimeter nicht am exakt gleichen Ort messen. Da sich das Gravitationsfeld unter anderem durch die Tiden von Mond und Sonne aber auch durch nicht-modellierbare lokale Einflüsse zeitlich ändert, erhöhen zeitgleiche Messungen die Genauigkeit des Vergleichs. Am CAPRICE-Experiment (*Cold Atom Test of the Equivalence Principle*) wird die Universalität des freien Falls mit atomaren Gravimetern mit Rubidium-87 und Kalium-39 überprüft. Durch die Verwendung von kalten atomaren Gasen als Testmassen können beide Gravimeter die Erdbeschleunigung gleichzeitig am gleichen Ort messen. Da die Wellenlänge der Strahlteiler-Lichtpulse für Kalium und Rubidium nur wenige nm

auseinander liegen, können gemeinsame Optiken verwendet werden. Dadurch wirken systematische Einflüsse der verwendeten Optik auf beide Interferometer gleich. Nach Analyse in [4, 5] ist der Einfluss von Vibrationen in der differentiellen Beschleunigungsmessung stark unterdrückt. Um sicherzustellen, dass beide atomaren Spezies zu Beginn der Interferometersequenz am gleichen Ort überlagert sind und zum gleichen Zeitpunkt den Freifall beginnen, sollen sie in eine gemeinsame Falle geladen werden.

Während in der magnetooptischen Falle jeweils ein nahresonantes Lichtfeld für Kalium und Rubidium benötigt wird, können in einer Dipolfalle beide Spezies in einem gemeinsamen fernresonanten Lichtfeld gefangen werden. Da in diesem Lichtfeld die Atome eine intensitätsabhängige dynamische Stark-Verschiebung ihrer internen Zustände erfahren, lassen sich durch geeignete Intensitätsverteilungen Fallenpotentiale erzeugen. Mit einem einzelnen fokussierten Laserstrahl, der gegenüber atomaren Resonanzen weit rotverstimmt ist, lässt sich eine optische Dipolfalle realisieren, die Atome im Intensitätsmaximum fängt [6]. Eine optische Dipolfalle mit einer Wellenlänge von $2\ \mu\text{m}$ ist eine quasielektrostatische Falle [7] mit ähnlichen Dipolpotentialen für Kalium und Rubidium. Die Potentiale der beiden Spezies haben ein gemeinsames Minimum am gleichen Ort, daher lassen sich die atomaren Quellen für die Interferometrie mit zwei Spezies präzise überlagern.

Nach dem Freilassen aus der Dipolfalle expandieren die atomaren Ensembles entsprechend ihrer thermischen Geschwindigkeitsverteilung. Ist die transversale Ausbreitung der atomaren Wolke während der Interferometersequenz im Bereich der Gaußbreite des Strahlteilerlichtstrahls, nimmt für die äußeren Atome die Intensität und damit auch die Strahlteilerwirkung ab. Dies führt dazu, dass ein Teil der atomaren Wellenfunktion nicht mehr interferiert aber dennoch detektiert wird, was den Kontrast des Interferometers verringert. Um längere Entwicklungszeiten im Interferometer realisieren zu können, die zu einem stärkeren Phasenschub und damit stärkeren Signal führen, müssen die atomaren Ensembles eine ausreichend niedrige Temperatur haben [5]. Effizientes Kühlen von Kalium ist in einer optischen Melasse technisch deutlich aufwendiger als das Kühlen von Rubidium. Da für Rubidium deutlich tiefere Temperaturen erreichbar sind, können Kaliumatome in der Dipolfalle durch elastische Stöße mit kälteren Rubidiumatomen sympathetisch gekühlt werden [8].

Tiefere Temperaturen als mit optischen Kühlverfahren, die durch den Rückstoß bei der Emission eines Photons limitiert sind, können durch Verdampfungskühlung, auch beider Spezies gemeinsam [9], erreicht werden. Zur evaporativen Kühlung wird das Fallenpotential langsam und gleichmäßig gesenkt, sodass die Atome mit der höchsten thermischen Energie die Falle verlassen können. Nachdem sich die Energieverteilung der verbleibenden Atome durch elastische Stöße wieder im thermischen Gleichgewicht befindet, haben die in der Falle verbleibenden Atome eine geringere Temperatur. Durch exakte Kontrolle der Falltiefe über die Laserintensität können kal-

te Ensembles mit definierter Teilchenzahl und Temperatur vorbereitet werden. Das CAPRICE-Experiment baut auf dem ATLAS-Experiment (*Atom-Laser*) auf, an dem die evaporative Kühlung von Rubidium-87 bis zur Quantenentartung mit einer optischen Dipolfalle der Wellenlänge $2\ \mu\text{m}$ demonstriert wurde [10]. Diese Falle wird im Rahmen dieser Arbeit zu einer geeigneten Quelle für die Atominterferometrie weiterentwickelt. Mit einer Intensitätsregelung soll eine hohe Stabilität der Falltiefe, die Einfluss auf Teilchenzahl, Temperatur und Position der Interferometerquelle hat, für wiederholte Messungen sichergestellt werden.

In dieser Arbeit wird die Entwicklung einer digitalen Regelung zur Stabilisierung der Laserintensität auf einen frei wählbaren Sollwert beschrieben, die insbesondere das evaporative Kühlen von gefangenen Ensembles steuern kann. Die Intensitätsstabilisierung bewirkt eine definierte Endtemperatur, die sich wiederholt erreichen lässt. Mit digitaler Signalverarbeitung ist es möglich, den Signalpfad der Regelung während des Experimentaufbaus schnell zu beeinflussen und individuelle Filter zu implementieren. Über eine Computerschnittstelle können die Parameter der Filter und des Reglers während des Experiments angepasst und systematisch optimiert werden. Die Implementierung eines Reglers in einem Field Programmable Gate Array (FPGA) zur Frequenzstabilisierung wurde in [11] bereits demonstriert. In einem FPGA erfolgen Berechnungen mit binären Werten in Logikschaltungen, die für den jeweiligen Anwendungsfall einprogrammiert werden. Durch parallele Berechnungen in optimierten Schaltungen kann die Signalverarbeitung mit hoher Auflösung und geringen Latenzen erfolgen. Da es bei Regelungen auf niedriges Rauschen und eine geringe Signalverzögerung ankommt, sind FPGAs hervorragend für die Implementierung von digitalen Reglern geeignet. In dieser Arbeit wird mit einem bereits an der Leibniz Universität Hannover eingesetzten Entwicklungssystem und einem FPGA der Firma *Altera* ein unterschiedlicher Ansatz als in [11] gewählt.

Die theoretischen Grundlagen für eine intensitätsstabilisierte optische Dipolfalle für Kalium und Rubidium werden mit der Beschreibung des Fallenpotentials und des Modells eines Reglers in **Kapitel 2** behandelt. Der optische Aufbau der Dipolfalle und der Intensitätssteuerung wird in **Kapitel 3** beschrieben. Desweiteren werden Abbildungsverfahren für atomare Wolken vorgestellt und die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Regelschleife dokumentiert. In **Kapitel 4** wird die Intensitätsstabilisierung untersucht und die optische Dipolfalle für Kalium und Rubidium analysiert. **Kapitel 5** zeigt mögliche Weiterentwicklungen der Intensitätsstabilisierung auf und schließt mit einem Ausblick auf die optische Dipolfalle als Quelle für die Atominterferometrie.

THEORIE

Als Quelle für die Atominterferometrie wird eine positionsstabile Falle mit einem gemeinsamen Fallenminimum für Kalium und Rubidium benötigt. Die magnetooptische Falle für zwei Atomsorten hat unterschiedliche nahresonante Lichtfelder für Kalium und Rubidium. Die räumliche Überlagerung des Einschlusses beider Spezies ist daher anfällig auf Justageungenauigkeiten. Hingegen wird eine optische Dipolfalle weit verstimmt von atomaren Resonanzen betrieben. Wie im Folgenden gezeigt wird, können Kalium und Rubidium mit einem einzelnen weit-rotverstimmtten Lichtfeld gefangen werden, das jeweils ähnliche Fallenpotentiale mit einem gemeinsamen Minimum erzeugt. In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen einer optischen Dipolfalle mit Intensitätsstabilisierung wiedergegeben. Zunächst werden die Eigenschaften des Fallenpotentials untersucht, bevor im zweiten Abschnitt das Verhalten einer Regelschleife im Modell beschrieben wird.

2.1 Optische Dipolfalle

Atome erfahren im elektrischen Wechselfeld des Lichtes eine dynamische Stark-Verschiebung ihrer internen Zustandsenergien. In der Nähe einer atomaren Resonanz lässt sich die Verschiebung im Dressed-State-Modell erklären [6]. Durch ein blau verstimmttes Lichtfeld mit Frequenz ω_D größer als die Resonanzfrequenz ω_0 des atomaren Übergangs wird die Zustandsenergie des Grundzustands angehoben. Dies resultiert in einem repulsiven Potential. Für ein von der Resonanz rot verschobenes Lichtfeld mit negativem $\delta = \omega_D - \omega_0$ ist die Verschiebung der Grundzustandsenergie negativ. Da die Verschiebung intensitätsabhängig ist, wird mit einem geeigneten Intensitätsverlauf ein Fallenpotential erzeugt. Alle Möglichkeiten, die räumliche Intensitätsverteilung

eines kohärenten Lichtfeldes zu beeinflussen, zum Beispiel stehende Wellen, Fourieroptik, evaneszente Lichtfelder, stehen somit für die Formung von Fallenpotentialen zur Verfügung.

Weit verstimimte optische Dipolfallen – far off resonant traps (FORT) – haben eine um einige nm von der atomaren Resonanz verschobene Wellenlänge. Da die Verstimmung $|\delta|$ ist nicht mehr klein gegenüber der Resonanzfrequenz ω_0 ist, können FORTs nicht im Dressed-State-Modell beschrieben werden. Stattdessen wird das Atom als quantenmechanischer Oszillator im klassischen Lichtfeld \vec{E}_D mit der Frequenz ω_D betrachtet. Das Laserlicht induziert im Atom ein Dipolmoment \vec{p}_{Dipol} , das parallel zur Polarisation des Feldes \vec{E}_D ausgerichtet ist. Die komplexe Amplitude [6]

$$\tilde{p}_{\text{Dipol}} = \alpha \tilde{E}_D \quad (2.1)$$

des getriebenen Oszillators ist durch die komplexe Polarisierbarkeit $\alpha(|\psi_a\rangle, \omega_D)$ des atomaren Zustandes $|\psi_a\rangle$ für die Frequenz ω_D und die elektrische Feldstärke \tilde{E}_D bestimmt. Das induzierte Dipolmoment hat im elektrischen Wechselfeld an der Stelle \vec{r} das Potential [6]

$$\begin{aligned} U_{\text{Dipol}}(\vec{r}) &= -\frac{1}{2} \left\langle \vec{p}_{\text{Dipol}}(\vec{r}) \cdot \vec{E}_D(\vec{r}) \right\rangle = -\frac{1}{4} \text{Re}(\alpha) \cdot |\tilde{E}_D(\vec{r})|^2 \\ &= -\frac{1}{2\varepsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \cdot I_D(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

mit

$$I_D(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0 c}{2} |\tilde{E}_D(\vec{r})|^2. \quad (2.3)$$

Aus dem Gradienten des Wechselwirkungspotentials folgt die auf das Atom wirkende Dipolkraft

$$F_{\text{Dipol}}(\vec{r}) = -\nabla U_{\text{Dipol}}(\vec{r}). \quad (2.4)$$

Stärke und Vorzeichen der dynamischen Stark-Verschiebung für eine gegebene Intensität $I_D(\vec{r})$ sind vom Realteil der dynamischen Polarisierbarkeit $\alpha(|\psi_a\rangle, \omega_D)$ abhängig. Bei negativer Polarisierbarkeit ist die resultierende Dipolkraft vom Intensitätsmaximum abstoßend. Ein evaneszentes Feld mit repulsiven Potential hält beispielsweise Atome von einer Oberfläche fern. Eine räumliche Falle kann wiederum mit einem Strahl in der Laguerre-Gaußschen LG_{01} „doughnut“-Mode realisiert werden. Hat die Polarisierbarkeit ein positives Vorzeichen, ist das resultierende Potential attraktiv. Die einfachste Realisierung einer optischen Dipolfalle besteht aus einem stark fokussierten gaußschen Strahl, bei der die Atome im Fokus gefangen werden.

Der Realteil der Polarisierbarkeit α beschreibt den gleichphasigen Anteil der erzwungenen Dipolschwingung und der Imaginärteil den gegenphasigen Anteil. Die

gegenphasige Schwingung entspricht der Absorption einer Leistung [6]

$$P_{\text{abs}} = \left\langle \dot{\vec{p}}_{\text{Dipol}} \cdot \vec{E}_D(\vec{r}) \right\rangle = 2\omega_D \text{Im}(\tilde{p}_{\text{Dipol}} \cdot \tilde{E}_D^*) = \frac{\omega_D}{\varepsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) \cdot I_D, \quad (2.5)$$

die als Dipolstrahlung wieder emittiert wird. Wird die Absorption nun als Streuung von Photonen mit Energie $\hbar\omega_D$ interpretiert, ist die Streurrate

$$\Gamma_{\text{sc}} = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega_D} = \frac{1}{\hbar\varepsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) \cdot I_D(\vec{r}) \quad (2.6)$$

proportional zu der Intensität I_D und dem Imaginärteil der Polarisierbarkeit α .

Streurrate und Falltiefe wachsen linear mit der Intensität. Für weit-rotverstimmte Dipolfallen mit gegenüber der Linienbreite des ersten atomaren Übergangs großen Verstimmung δ gilt, dass die Photonenstreurrate mit δ^{-2} sinkt, während die Polarisierbarkeit mit δ^{-1} abnimmt. [6] Damit Heizrate und Strahlungsdruck durch Photonenstreuung vernachlässigbar sind, werden FORTs mit großer Verstimmung δ betrieben. Um ausreichende Fallentiefen zu erreichen, wird mit größerer Verstimmung eine höhere Intensität benötigt. Mit einem einzelnen fokussierten gaußschen Strahl kann bei vernachlässigbarem Strahlungsdruck ein dreidimensionaler Einschluss von kalten Atomen erreicht werden.

2.1.1 Fallenpotential einer Einzelstrahlfalle

Eine Einzelstrahlfalle besteht aus einem fokussierten gaußschen Strahl mit einer weit-rotverstimmten Frequenz. Das resultierende Dipolpotential ist attraktiv. Form und Tiefe der Falle werden von dem räumlichen Intensitätsverlauf im Fokus des gaußschen Strahls bestimmt. Im Folgenden werden Zylinderkoordinaten mit der axialen Komponente z und dem Radius r genutzt. Das Intensitätsprofil $I_{\text{radial}}(r)$ der Gaußschen Grundmode folgt einer Gaußverteilung

$$I_{\text{radial}}(r) \sim e^{-2\left(\frac{r}{w}\right)^2} \quad (2.7)$$

mit der Breite $2w$. Der Strahlradius w (englisch *waist*) bezeichnet die Stelle, an der die Intensität auf e^{-2} des Spitzenwertes $I(r=0)$ abgefallen ist. Für einen Strahl, der von einer dünnen Linse mit Brennweite f auf den Punkt $z=0$ fokussiert wird, mit dem Radius w_f vor der Linse, ist der Strahlradius w eine Funktion [12] der axialen Koordinate z :

$$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right). \quad (2.8)$$

Der minimale Strahlradius

$$w_0 \approx \frac{\lambda_D}{\pi} \frac{f}{w_f} \quad (2.9)$$

ist abhängig von der Wellenlänge λ_D des Fallenlasers, und dem Strahlradius w_f vor der Linse mit Brennweite f . Aus dem minimalen Strahlradius und der Wellenlänge ergibt sich die Rayleigh-Länge

$$z_0 = \frac{\pi}{\lambda_D} w_0^2. \quad (2.10)$$

In Abbildung 2.1 ist der axiale Verlauf von $w(z)$ aufgetragen.

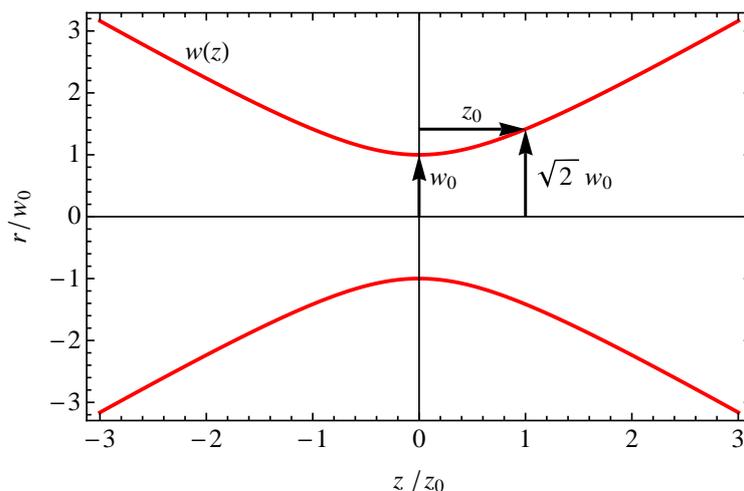


Abbildung 2.1: Der Strahlradius $w(z)$ eines gaußschen Strahls gibt in Zylinderkoordinaten den Radius an, bei dem das radiale Intensitätsprofil auf e^{-2} des axialen Spitzenwertes abgefallen ist. Eingezeichnet sind der minimale Strahlradius w_0 und die Rayleigh-Länge z_0 , für die der Strahlradius $w(z_0) = \sqrt{2}w_0$ beträgt. Die minimale Breite $2w_0$ wird als Strahltaille bezeichnet.

Der räumliche Verlauf der Intensität in Zylinderkoordinaten

$$I_D(r,z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} \quad (2.11)$$

hat ein Maximum

$$I_0 = I_D(0,0) = \frac{2P}{\pi w_0^2} \quad (2.12)$$

mit der Leistung P [6]. Das Dipolfallenpotential ist nun gegeben durch

$$U_{\text{Dipol}}(r,z) = - \underbrace{\frac{1}{2\varepsilon_0 c} \text{Re}(\alpha)}_{U_0} \cdot I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2}. \quad (2.13)$$

Ein Teilchen im Potentialminimum $U_{\text{Dipol}}(0,0) = U_0$ benötigt eine kinetische Energie U_0 , um die Falle zu verlassen. Die mittlere kinetische Energie der thermischen Bewegung $\bar{E}_{\text{kin}} = k_B T$ muss deutlich kleiner sein als die Fluchtenergie U_0 , um das atomare Ensemble in der Dipolfalle einzuschließen. Um diese Größen zu vergleichen, wird die Fallentiefe U_0 oft in Einheiten einer thermischen Energie angegeben. Das Potential einer Einzelstrahlfalle ist durch die Fallentiefe U_0 , die Strahltaile $2w_0$ und die verwendete Wellenlänge λ_D vollständig charakterisiert. Der radiale Potentialverlauf $U(r,0)$ in Abbildung 2.2a entspricht wie vorausgesetzt einer Gauß-Verteilung. Hingegen folgt das axiale Potential $U(0,z)$ in Abbildung 2.2b einer Lorentz-Funktion.

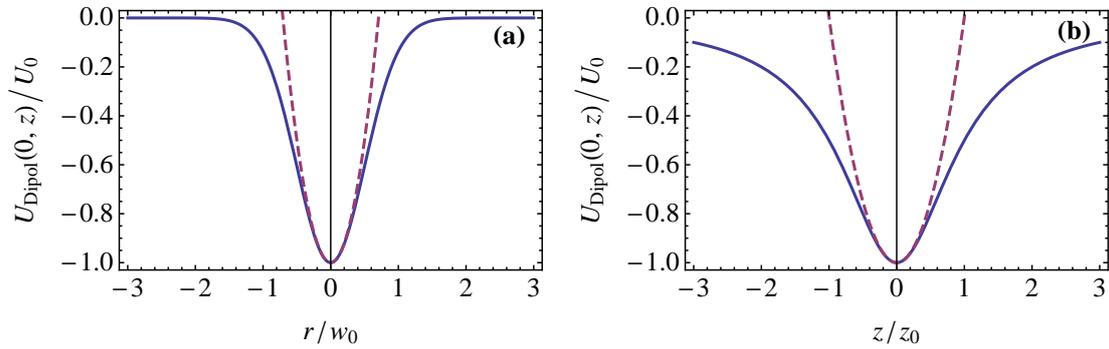


Abbildung 2.2: Fallenpotential $U_{\text{Dipol}}(r,z)$ im Fokus eines Gaußstrahls (blau, durchgezogen) mit harmonischer Näherung (rot, gestrichelt) in Einheiten von U_0 . **(a)** Radialer Verlauf des Potentials an der Stelle $z = 0$. **(b)** Axialer Verlauf des Potentials an der Stelle $r = 0$.

Für Atome mit einer thermischen Energie $k_B T$ deutlich kleiner als die Fallentiefe U_0 kann das Potential in radialer und axialer Richtung im Minimum jeweils harmonisch genähert werden. Die Näherung

$$U_{\text{Dipol}}(r,z) \approx -U_0 \left(1 - 2 \left(\frac{r}{w_0} \right)^2 - \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right) \quad (2.14)$$

ist ebenfalls in Abbildung 2.2 eingezeichnet. Im Modell des klassischen harmonischen Oszillators mit einer Masse m im Potential

$$U_{\text{HO}}(x) = \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 \quad (2.15)$$

lauten die Fallenfrequenzen

$$\text{radial} \quad \omega_r^2 = \frac{2}{m} \frac{2U_0}{w_0^2} \quad \rightsquigarrow \quad f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}} \quad (2.16)$$

$$\text{und axial} \quad \omega_z^2 = \frac{2}{m} \frac{U_0}{z_0^2} \quad \rightsquigarrow \quad f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2U_0}{mz_0^2}}. \quad (2.17)$$

Für eine optische Dipolfalle folgt aus den Gleichungen (2.16) und (2.17) ein schwächerer axialer Einschluss als radial. Für beispielhafte Werte der in dieser Arbeit verwendeten Falle mit einer Wellenlänge $\lambda_D = 1960 \text{ nm}$ und einer Strahltaile $2w_0 = 40 \text{ }\mu\text{m}$ ist die Rayleighlänge z_0 eine Größenordnung größer als w_0 . Dementsprechend ist die axiale Fallenfrequenz f_z zwei Größenordnungen kleiner als die radiale Frequenz f_r .

2.1.2 Dynamische Polarisierbarkeit

Für Frequenzen ω_D des Lichtfeldes kleiner als die Resonanzfrequenz ω_0 des ersten atomaren Übergangs ist das Dipolpotential immer attraktiv. Die dynamische Polarisierbarkeit geht mit sinkender Frequenz ω_D in die elektrostatische Polarisierbarkeit α_{stat} über. Eine Dipolfalle, deren Frequenz ω_D weniger als die Hälfte der ersten Resonanz ω_0 beträgt, gilt als quasielektrostatische Falle – quasi electrostatic trap (QUEST) – nach Definition von [13]. Es können Grund- und angeregte Zustände von mehreren atomaren Spezies in einer QUEST gefangen werden, solange das Lichtfeld rotverstimmt gegenüber allen atomaren Übergängen ist.

Eine optische Dipolfalle mit Wellenlänge 1960 nm gilt als QUEST für die Alkalimetalle Kalium und Rubidium. Der erste Übergang, der an den Grundzustand koppelt, ist jeweils die D₁-Linie für Kalium-39 ($4s^2S_{1/2} \rightarrow 4p^2P_{1/2}$) bei 769 nm und Rubidium-87 ($5s^2S_{1/2} \rightarrow 5p^2P_{1/2}$) bei 795 nm . Die Resonanzfrequenz der Übergänge $\omega_0 > 2\pi c/800 \text{ nm}$ beträgt mehr als das Zweifache der Laserfrequenz $\omega_D = 2\pi c/1960 \text{ nm}$. An den angeregten Zustand des Kühlübergangs auf der D₂-Linie koppeln optische Übergänge mit 1252 nm Wellenlänge für Kalium-39 ($4p^2P_{3/2} \rightarrow 5s^2S_{1/2}$) und 1529 nm für Rubidium-87 ($5p^2P_{3/2} \rightarrow 4d^2D_{3/2,5/2}$) zu denen die Frequenz des Fallenlasers weit-rotverstimmt ist. Die angeregten Zustände sind daher ebenfalls in einer FORT gefangen.

Um die Verschiebung des Grundzustands in einem Lichtfeld mit Frequenz ω_D zu berechnen, muss seine dynamische Polarisierbarkeit für diese Frequenz bekannt sein. Während für die elektrostatische Polarisierbarkeit experimentelle Daten vorliegen, muss für die wellenlängenabhängige dynamische Polarisierbarkeit auf Berechnungen zurückgegriffen werden. Für linear polarisiertes Licht wird dazu die Komponente $\hat{\alpha}_{zz}$

des Polarisierbarkeitstensors mit Einbeziehung aller relevanten atomaren Übergänge genähert. Die Werte für die in dieser Arbeit verwendete Wellenlänge von 1960 nm sind in Tabelle 2.1 für jeweils Grund- und angeregtem Zustand des Kühlübergangs auf der D₂-Linie von Rubidium-87 und Kalium-39 aufgeführt.

Spezies	Zustand	Polarisierbarkeit in $10^{-39} \frac{\text{Cm}^2}{\text{V}}$	Quelle
³⁹ K	4s ² S _{1/2}	5,55	[14]
³⁹ K	4p ² P _{3/2}	15,7	[14]
⁸⁷ Rb	5s ² S _{1/2}	6,18	[7]
⁸⁷ Rb	5p ² P _{3/2}	32,8	[7]

Tabelle 2.1: Berechnete Werte der dynamischen Polarisierbarkeit von jeweils Grund- und angeregtem Zustand von Kalium und Rubidium in einem Lichtfeld der Wellenlänge $\lambda_D = 1960$ nm.

Um eine optische Dipolfalle gleichzeitig mit einer magnetooptischen Falle (MOT) zu betreiben, darf die Resonanzfrequenz des Kühlübergangs ω_{MOT} in der Dipolfalle nicht zu stark verschoben werden, da sonst das Kühllicht nicht mehr an den Atomen gestreut wird (*räumlich dunkle MOT*) oder gegenüber der verschobenen Resonanz blauverstimmt ist und die Atome aus der Falle gedrückt werden.

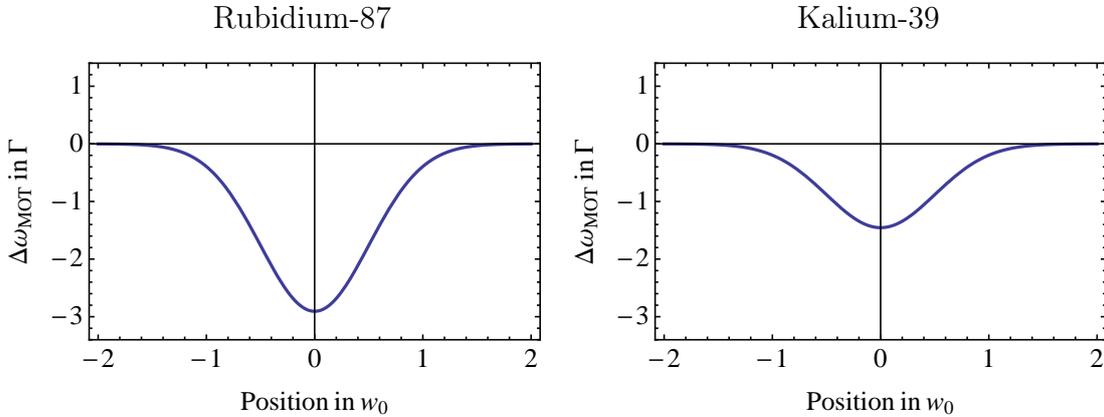


Abbildung 2.3: Die differentielle dynamische Stark-Verschiebung von Grund- und angeregtem Zustand in Einheiten der Linienbreite Γ des Kühlübergangs ist an der Stelle $z = 0$ über die radiale Koordinate in Einheiten des Strahlradius W_0 aufgetragen. Die Spitzenintensität I_0 ist so gewählt, dass die Falltiefe U_0 für den Grundzustand der Rubidiumatome $250 \mu\text{K}$ beträgt. Die Resonanzfrequenz des Kühlübergangs ω_{MOT} ist im Zentrum rot-verschoben. (a) Verschiebung des Übergangs $5s \ ^2S_{1/2} \rightarrow 5p \ ^2P_{3/2}$ von Rubidium-87. (b) Verschiebung des Übergangs $4s \ ^2S_{1/2} \rightarrow 4p \ ^2P_{3/2}$ von Kalium-39.

In Abbildung 2.3 ist die Differenz zwischen der Verschiebung des Grundzustands und der Verschiebung des angeregten Zustands in der Dipolfalle dargestellt. Für Rubidium-87 und Kalium-39 ist der angeregte Zustand aufgrund der höheren Polarisierbarkeit stärker verschoben als der Grundzustand, sodass die Frequenz des Übergangs ω_{MOT} verringert beziehungsweise rotverschoben wird. Dadurch ist das rotverstimmte MOT-Kühllicht in der Dipolfalle näher an der Resonanz des Kühlübergangs. Da die Rotverstimmung des Kühlübergangs nur wenige Linienbreiten Γ beträgt, kann sie durch eine entsprechende Verstimmung des Kühllichts kompensiert werden, sodass optisches Kühlen in der optischen Dipolfalle bei 1960 nm möglich ist.

2.2 Signalverarbeitung in Reglern

Das Fallenpotial der Dipolfalle hängt von der Laserintensität ab. Schwankt die Intensität, ändern sich somit auch die Falleneigenschaften. Außerdem kann Intensitätsrauschen zu einer parametrischen Anregung der gefangenen Atome führen. Daher ist notwendig, die Intensität des Dipollaser zu stabilisieren. Es ist bei Präzisionsmessungen eine übliche Vorgehensweise, Parameter mit Einfluss auf den Messprozess zu stabilisieren. In der Regel lässt sich der jeweilige Parameter aktiv verändern. Beispielsweise kann die Temperatur einer Laserdiode über den Strom durch ein Peltierelement beeinflusst oder die Länge eines optischen Resonators über die Spannung an einem Piezokristall verstellt werden, um die Laserfrequenz zu stabilisieren. Eine Standardmethode diese Parameter auf einem konstanten Wert zu halten und Störungen zu unterdrücken, sind Proportional-Integral-Regler. Sie messen die Differenz zwischen aktuellem Messwert und dem Sollwert und erzeugen aus diesem Fehlersignal ein Steuersignal.

2.2.1 Proportional-Regler

Zur Veranschaulichung wird im Folgenden ein einfaches System betrachtet. Wie in Abbildung 2.4 skizziert, ist ein Gummiband auf halber Länge mit einem Punkt markiert. Ein Ende ist in der Umgebung befestigt und unterliegt externen Einflüssen. Diese können eine dauerhafte Verschiebung oder auch schnelle Schwingungen sein. Das zweite Ende ist verschiebbar und ermöglicht es, die Position der Markierung einzustellen.

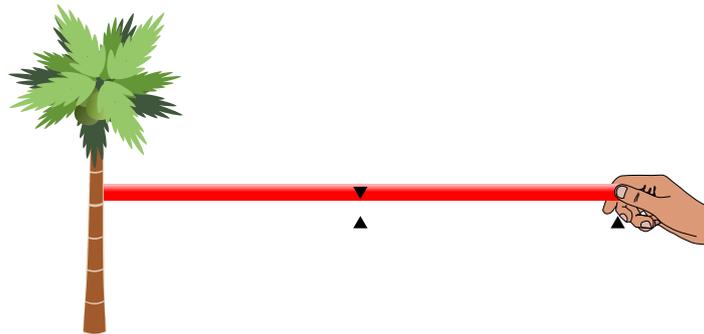


Abbildung 2.4: Ein Modell bestehend aus einem Gummiband, gespannt zwischen einem Punkt in der Umgebung und einer einstellbaren Position.

Die Position der Markierung wird gemessen und die Differenz zur Sollposition ergibt das Fehlersignal $e(t)$. Wird nun durch Umgebungseinflüsse die Markierung verschoben, generiert der Regler aus $e(t)$ ein Ausgangssignal $u_P(t)$, das die Position des einstellbaren Endes bestimmt (siehe Abbildung 2.5).

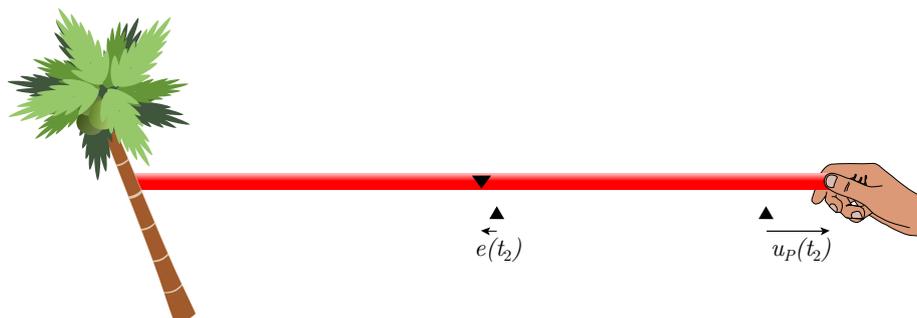


Abbildung 2.5: Die Mitte des Gummibands ist durch Umgebungseinflüsse verschoben. Die Position des rechten Endes wird gleichzeitig vom Regler in die entgegengesetzte Richtung verschoben, um den Fehler auszugleichen.

$$u_P(t) = k_P \cdot e(t) \quad \Longrightarrow \quad e(t) = \frac{u_P(t)}{k_P} \quad (2.18)$$

Der Proportional-Regler ist ein linearer Verstärker. Mit seinem Ausgangssignal lässt sich die Markierung nicht exakt auf die Sollposition verschieben, da er immer ein nicht-verschwindendes Fehlersignal braucht, um ein nicht-verschwindendes Ausgangssignal zu generieren. Je größer die Verstärkung, desto kleiner ist der verbleibende Fehler. Schwingungen, die aus der Umgebung in das System einkoppeln, werden ohne Verzögerung auf den Ausgang gegeben und somit wird ein Schwingen der Markierung gedämpft.

2.2.2 Integral-Regler

Nun wird das gleiche System mit einem anderem Korrekturschema betrachtet: Wandert die Markierung, wie in Abbildung 2.6 dargestellt, aus der Sollposition, wird das einstellbare Ende mit einer Geschwindigkeit verschoben, die proportional zum Fehlersignal ist. Dementsprechend ist die Position des einstellbaren Endes proportional zum integrierten Fehlersignal. Das Ausgangssignal

$$u_I(t) = 2\pi k_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.19)$$

wird durch Integration über die bisherigen Abweichungen generiert.

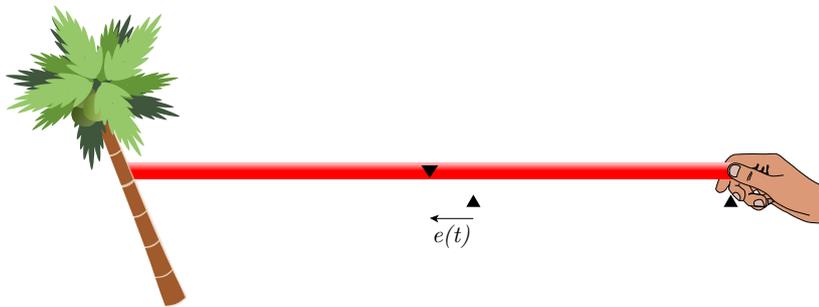


Abbildung 2.6: Die Mitte des Gummibands wurde durch Umgebungseinflüsse verschoben. Der Integral-Regler beginnt nun, das rechte Ende entgegengesetzt zu verschieben.

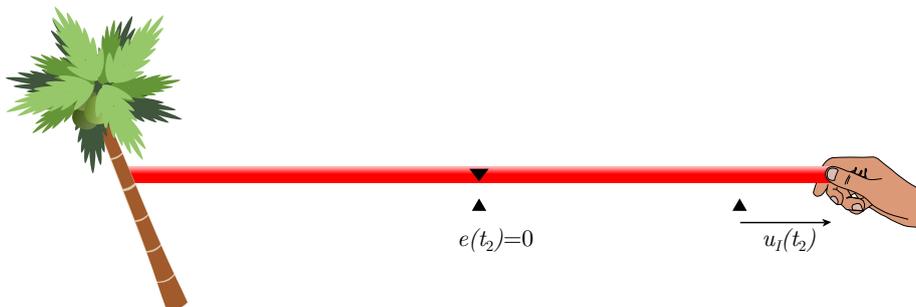


Abbildung 2.7: Die Abweichung ist korrigiert und der Regler behält seinen Ausgangswert u bei.

Ist die Markierung an der Sollposition (siehe Abbildung 2.7), wird die Stellgröße nicht mehr verändert. Mit dem Integral-Regler lässt sich das System exakt auf den Sollwert regeln. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, ist die Schwingungsphase der Regelantwort gegenüber dem Fehlersignal verzögert und höhere Frequenzen werden abhängig vom Proportionalfaktor k_I unterdrückt.

2.3 Übertragungsfunktionen

Um das Verhalten eines Reglers für Störungen unterschiedlicher Frequenzen zu analysieren, wird seine Reaktion im Frequenzraum betrachtet. Die Übertragungsfunktion $G(f)$ ist definiert als Quotient des einseitig Fourier-transformierten Ausgangssignals $U(f)$ zum transformierten Eingangssignal $E(f)$.

$$U(f) = \int_0^{\infty} u(t)e^{-i2\pi f t} dt \quad , \quad t \geq 0 \quad (2.20)$$

$$G(f) = \frac{U(f)}{E(f)} \quad (2.21)$$

Für den Proportional-Regler folgt daraus die Übertragungsfunktion

$$G_P(f) = k_P \quad (2.22)$$

und für den Integral-Regler

$$G_I(f) = \frac{k_I}{i f} . \quad (2.23)$$

Übertragungsfunktionen lassen sich in der komplexen Ebene zeichnen – diese Darstellung nennt sich Nyquist-Ortskurve. Im Folgenden wird die Darstellung als Bode-Diagramm gewählt, das aus dem Amplitudenfrequenzgang $A(f)$ und dem Phasenfrequenzgang $\varphi(f)$ zusammengesetzt ist. Betrag und Phase der komplexen Übertragungsfunktion $G(f)$ entsprechen der Veränderung in Amplitude

$$A(f) = |G(f)| \quad (2.24)$$

und Phase

$$\varphi(f) = \arg(G(f)) \quad (2.25)$$

eines Signals mit Frequenz f durch den Regler.

Die Phase der komplexen Funktion ist auf das Intervall $(-\pi; \pi]$ in Bogenmaß beschränkt. Eine Phase $-\pi$ entspricht der gleichen komplexen Zahl wie die Phase π . Die Übertragungsfunktion des Proportional-Reglers ist in Abbildung 2.8 eingezeichnet und Abbildung 2.9 zeigt das Bode-Diagramm eines Integral-Reglers.

Das Verhalten des Proportional-Reglers ist frequenzunabhängig. Es werden alle Frequenzen um den Faktor k_P verstärkt. Die Verstärkung im Integral-Regler ist dagegen antiproportional zu der Frequenz. Für Frequenzen größer als k_I ist die Verstärkung kleiner als 1. Die Stelle k_I mit Verstärkung 1 wird im Folgenden *Grenzfrequenz des*

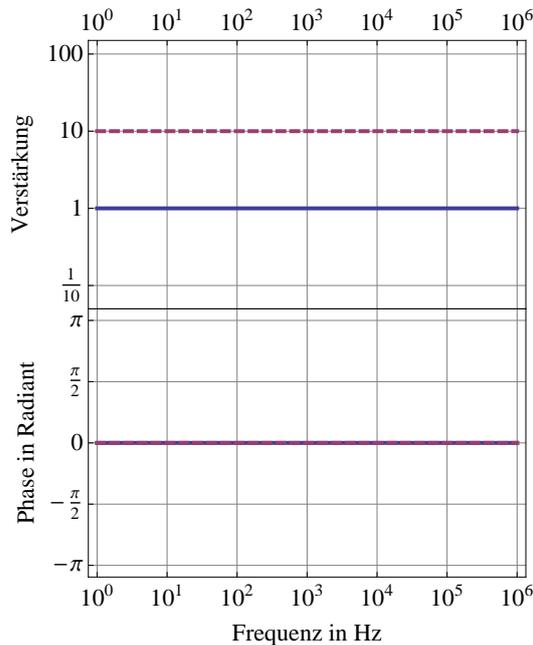


Abbildung 2.8: Bode-Diagramm eines Proportional-Reglers mit Verstärkung 1 (blau, durchgezogen) und Verstärkung 10 (rot, gestrichelt). In beiden Fällen ist die Phase konstant 0.

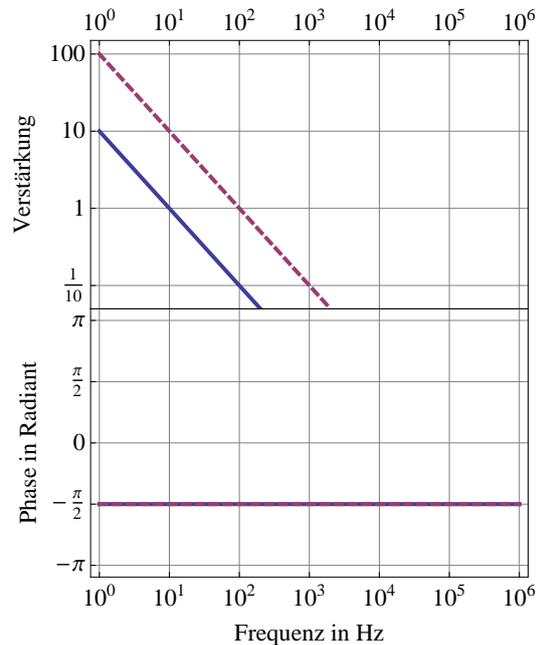


Abbildung 2.9: Bode-Diagramm eines Integral-Reglers mit Grenzfrequenz 10 Hz (blau, durchgezogen) und 100 Hz (rot, gestrichelt). Die Phase beträgt jeweils konstant $-\frac{\pi}{2}$.

Integral-Regler genannt. Für alle Frequenzen wird das Signal durch die Integration um eine viertel Periode beziehungsweise $-\frac{\pi}{2}$ verzögert.

2.3.1 Nyquist-Kriterium

In einem realen System treten endliche Signallauf- und Reaktionszeiten auf. Eine Verzögerung τ bewirkt bei einer periodischen Störung mit Schwingungsdauer 2τ , dass die Regelantwort um eine halbe Schwingung versetzt ist. Abbildung 2.10 zeigt dies für eine Verzögerung τ von $1 \cdot 10^{-6}$ s. Allgemein ist bei einem Signal mit Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ die Phase $\varphi = \omega\tau$. Die Übertragungsfunktion entspricht einer frequenzabhängigen Phase

$$G_V(f) = e^{-i2\pi f\tau}. \quad (2.26)$$

Im bisher betrachteten Modellsystem wirkte die Regelantwort entgegengesetzt der Störung, das heißt mit umgekehrtem Vorzeichen. Wenn das Fehlersignal mit gleichem Vorzeichen und einer Verstärkung größer als 1 zurückgekoppelt wird, verstärkt

der Regler die Störung und das System schwingt. Hat die Regelstrecke für eine Störung einer bestimmten Frequenz eine Phase $\pm\pi$, ist die Regelantwort um eine halbe Schwingung versetzt. Anstatt die Störung zu dämpfen, wird sie verstärkt. Um ein Aufschwingen zu verhindern, muss für Frequenzen mit Verstärkung größer als 1 genügend Abstand im Phasen-Frequenzgang zu $\pm\pi$ sein. Ebenso muss für Frequenzen, deren Verzögerung größer als eine halbe Periode ist, die Verstärkung deutlich kleiner als 1 sein. Dies wird *Phasen-* beziehungsweise *Amplitudenreserve* genannt.

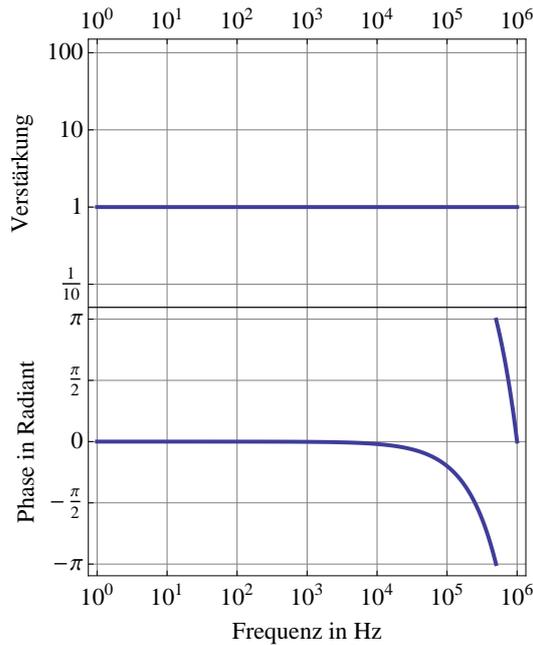


Abbildung 2.10: Übertragungsfunktion einer Verzögerung von $1 \cdot 10^{-6}$ s.

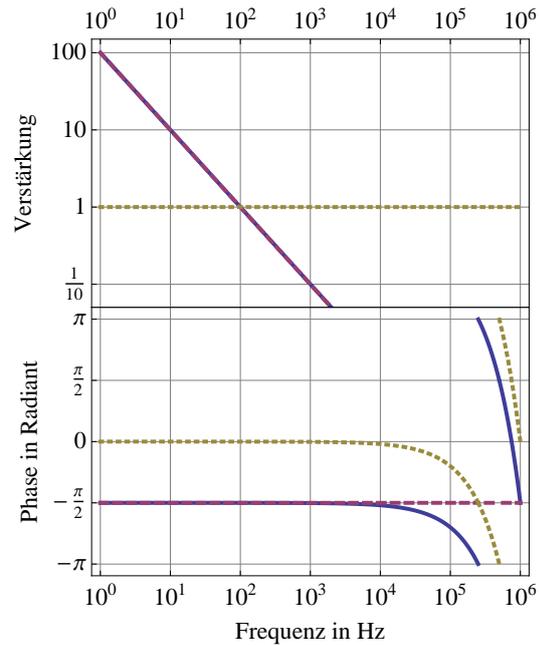


Abbildung 2.11: Bode-Diagramm für eine Serienschaltung (blau, durchgezogen) eines Integral-Reglers (rot, gestrichelt) mit Grenzfrequenz $1 \cdot 10^2$ Hz und einer Verzögerung (gelb, gepunktet) von $1 \cdot 10^{-6}$ s.

Nun soll das Nyquist-Kriterium für einen Integral-Regler in Serie mit einer Verzögerung betrachtet werden. Die Übertragungsfunktion einer Serienschaltung entspricht dem Produkt der komplexen Übertragungsfunktionen der einzelnen Komponenten

$$G(f) = G_I(f) \cdot G_V(f). \tag{2.27}$$

Wie im Bode-Diagramm in Abbildung 2.11 dargestellt, addieren sich die Phasen von Integral-Regler und Verzögerung. Der Integral-Regler bewirkt eine konstante Phase von $-\frac{\pi}{2}$. Für Frequenzen, deren Phase durch die Verzögerung kleiner als $-\frac{\pi}{2}$ ist, muss die Regelverstärkung kleiner als 1 sein. Für die Frequenz $f = \frac{1}{4\tau}$ ist die

Phasenverschiebung der Verzögerung

$$\varphi_V\left(\frac{1}{4\tau}\right) = 2\pi \frac{1}{4\tau} \tau = \frac{1}{2}\pi. \quad (2.28)$$

Daher muss für den Integral-Regler die Grenzfrequenz k_I deutlich kleiner als $\frac{1}{4\tau}$ gewählt werden.

Neben Signallaufzeiten ist auch die begrenzte Bandbreite von elektronischen Bauteilen zu berücksichtigen. Frequenzen oberhalb einer Grenzfrequenz werden unterdrückt. Ein Tiefpass erster Ordnung hat die Übertragungsfunktion

$$G_T(f) = \frac{f_c}{f_c + if}. \quad (2.29)$$

mit der Grenzfrequenz f_c . In Abbildung 2.12 sind Übertragungsfunktionen für Tiefpässe unterschiedlicher Grenzfrequenzen dargestellt. Verstärkung A_T und Phase φ_T der Grenzfrequenz f_c lauten

$$A_T(f_c) = |G_T(f_c)| = \left| \frac{f_c}{f_c + if_c} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.30)$$

$$\varphi_T(f_c) = \arg(G_T(f_c)) = \arg\left(\frac{f_c}{f_c + if_c}\right) = -\frac{\pi}{4}. \quad (2.31)$$

Abbildung 2.13 zeigt das Bode-Diagramm für die Serienschaltung von Proportional-Regler, Verzögerung und Tiefpass. Um ein Aufschwingen zu verhindern, muss nach dem Nyquist-Kriterium die Tiefpass-Grenzfrequenz f_c so gewählt werden, dass die Verstärkung deutlich kleiner als 1 für die Frequenz f_π mit Phase $\varphi(f_\pi) = \pi$ ist. Wird die Grenzfrequenz f_c des Tiefpasses verschoben, verändert dies auch den Phasengang. Für f_c deutlich kleiner als τ^{-1} wird die Frequenz f_π bei Änderungen von f_c nur wenig verschoben. Um eine ausreichende Amplitudenreserve an der Stelle f_π zu wahren, muss daher die Grenzfrequenz f_c um den Faktor $\frac{1}{n}$ gesenkt werden, wenn die die Proportional-Verstärkung um n vergrößert werden soll, da der Amplitudenfrequenzgang des Tiefpasses antiproportional ist für $f > f_c$.

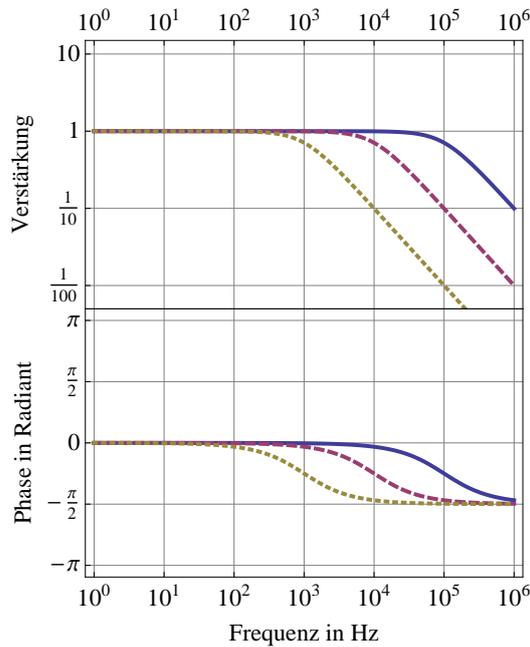


Abbildung 2.12: Die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses für Grenzfrequenzen f_c von $1 \cdot 10^5$ Hz (blau, durchgezogen), $1 \cdot 10^4$ Hz (rot, gestrichelt) und $1 \cdot 10^3$ Hz (gelb, gepunktet).

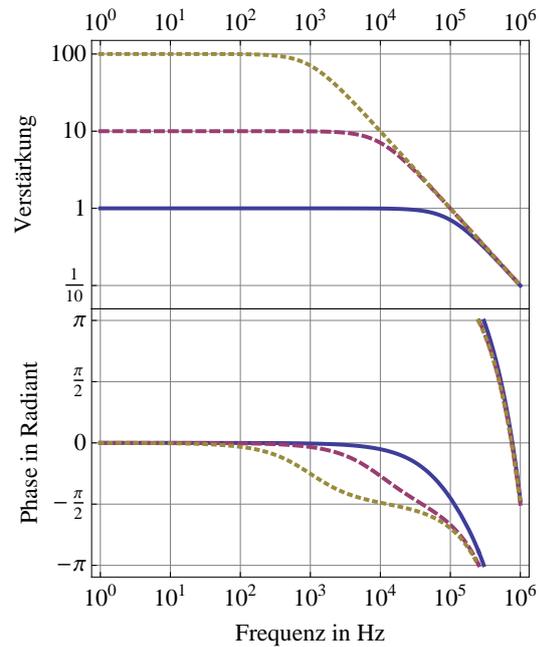


Abbildung 2.13: Bode-Diagramm für die Serienschaltung eines Proportional-Reglers mit einer Verstärkung k_P von 1 (blau, durchgezogen), 10 (rot, gestrichelt), 100 (gelb, gepunktet), eines Tiefpassfilters (Legende der Grenzfrequenzen wie in Abbildung 2.12) und einer Verzögerung von $1 \cdot 10^{-6}$ s.

2.3.2 Proportional-Integral-Regler

Wegen Verzögerungen in der Regelschleife können jeweils die Grenzfrequenz des Integral-Reglers und die Proportional-Verstärkung nicht beliebig hoch gewählt werden. Dies beschränkt den Integral-Regler auf das Ausgleichen von konstanten Abweichungen und Störungen mit niedrigen Frequenzen. Der Proportional-Regler kann Störungen nur abschwächen, konstante Abweichungen können nicht beliebig genau korrigiert werden. Kombiniert man nun beide Regler in einer Parallelschaltung, werden diese Nachteile durch den jeweils anderen Regler kompensiert. Ein PI-Regler kann dank seines Integral-Teils genau auf eine absolute Position regeln, während für höhere Frequenzen der Proportional-Teil dominiert. Für Parallelschaltungen werden die Übertragungsfunktionen addiert:

$$G_{PI}(f) = G_P(f) + G_I(f). \quad (2.32)$$

Dabei wählt man häufig für den Proportional-Teil die Verstärkung 1, sodass k_I die Grenzfrequenz zwischen Proportional-Teil und Integral-Teil ist. Über eine gemeinsame Verstärkung k_{PI} wird die Regelstärke eingestellt:

$$G_{PI}(f) = k_{PI} \left(\underbrace{1}_{\text{P-Teil}} + \underbrace{\frac{k_I}{i f}}_{\text{I-Teil}} \right). \quad (2.33)$$

In Abbildung 2.14 ist $G_{PI}(f)$ in einem Bode-Diagramm dargestellt.

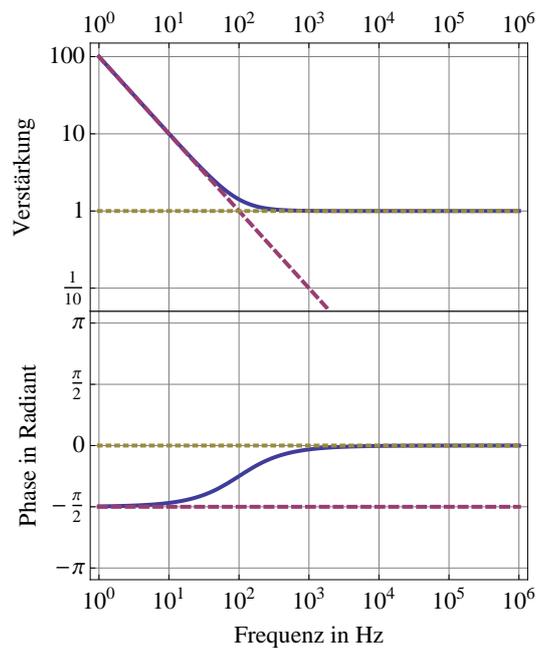


Abbildung 2.14: Bode-Diagramm für die Parallelschaltung (blau, durchgezogen) eines Integral-Reglers mit Grenzfrequenz 100 Hz (rot, gestrichelt) und eines Proportional-Reglers mit Verstärkung 1 (gelb, gepunktet).

KAPITEL 3

AUFBAU

In diesem Kapitel wird die Realisierung der optischen Dipolfalle als fokussierter gaußscher Einzelstrahl beschrieben. Zur Steuerung und Stabilisierung der Falltiefe wird die Laserintensität mit einer Pockelszelle und einem Polarisationsanalysator beeinflusst, deren Funktionweise in Abschnitt 3.3 erläutert wird. Zur Realisierung der in Abschnitt 3.4 beschriebenen Regelschleife wird ein FPGA für die digitale Signalverarbeitung eingesetzt. Für die Analyse der kalten atomaren Ensembles in der Dipolfalle werden in Abschnitt 3.2 Absorptions- und Fluoreszenzabbildungen vorgestellt.

3.1 Experimentierkammer

Die Vakuumkammer des ATLAS-Experiments bietet 19 optische Zugänge, um verschiedene Mikrowellen- und Lichtfelder einstrahlen zu können. Abbildung 3.1 skizziert den horizontalen Querschnitt durch die Mitte der Kammer und zeigt die Zugänge auf dieser Ebene. Jeweils ein Vakuumzugang ist von der 2D-MOT zum Beladen der magnetooptische Falle und von dem Vakuumpumpensystem belegt. Es sind nur die horizontalen MOT-Strahlen eingezeichnet, die ebenfalls für die Fluoreszenzdetektion verwendet werden. Das Lichtfeld für die Absorptionsdetektion wird vom gleichen Lasersystem erzeugt. Das Laserlicht ist über eine Schwebungsmessung auf eine Spektroskopie und eine Referenzfrequenz stabilisiert. Durch Ändern der Referenzfrequenz kann die Verstimmung des MOT- beziehungsweise Detektionslichts eingestellt werden.

Der Dipollaserstrahl wird von einer Linse mit Brennweite $f = 150$ mm fokussiert, um ein Fallenpotential mit dem Minimum in der Mitte der Experimentierkammer zu

erzeugen. Auf der gegenüberliegenden Seite der Kammer wird die Laserleistung in einem Strahlblocker dissipiert.

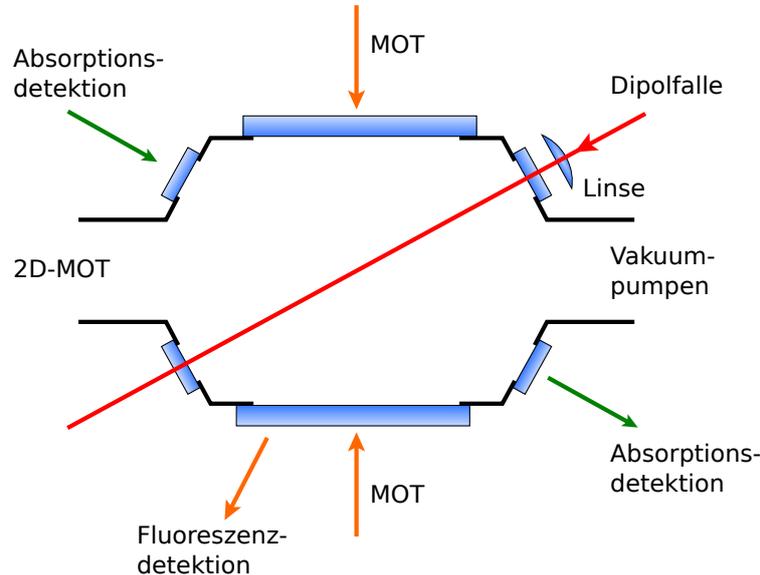


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des horizontalen Querschnitts der Experimentierkammer mit Vakuumpumpen- und optischen Zugängen und den jeweils eingestrahlichten Lichtfeldern. Die Leistung des Dipolfallenlasers muss auf der gegenüberliegenden Seite dissipiert werden. Nicht eingezeichnet sind die diagonalen Lichtfelder zum Betrieb der MOT.

3.2 Abbildung atomarer Ensembles

Zur Analyse der aus der Dipolfalle freigelassenen kalten atomaren Wolken werden sie zweidimensional abgebildet. Die erzeugten Bilder der atomaren Dichte werden anschließend ausgewertet und Form und Größe der atomaren Wolke bestimmt. Mit diesen Daten lassen sich Teilchenzahl und Temperatur der Ensembles in der Dipolfalle berechnen.

3.2.1 Absorptionsabbildung

Bei der Methode der Absorptionsdetektion wird für $80\ \mu\text{s}$ kollimiertes Licht auf die Wolke kalter Atome gestrahlt. Die (nah-)resonanten Photonen regen einen atomaren Übergang an und werden von den Atomen in alle Raumrichtungen wieder abgestrahlt – die Photonen werden an den Atomen gestreut. Der Schatten der Atome wird mit

einer Teleskopoptik auf einem infrarot-empfindlichen CCD [Hamamatsu, C8484-15G] abgebildet. Das zweidimensionale Bild der Kamera kann mittels eines an diesem Institut entwickelten Matlab-Programms ausgewertet werden.

Für Licht mit der Intensität I und der Verstimmung δ zur atomaren Resonanz ω_0 hat ein Atom den verstimmungsabhängigen Streuquerschnitt [10]

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}} + 4 \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (3.1)$$

mit der Sättigungsintensität I_{sat} , der natürlichen Linienbreite des Übergangs Γ und dem resonanten Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_0 = \frac{\hbar\omega_0\Gamma}{2I_{\text{sat}}}. \quad (3.2)$$

Aus der atomaren Dichte n und dem Streuquerschnitt σ folgt die optische Dichte

$$\text{OD} = \sigma \int n dx dy \quad (3.3)$$

und durch Integration über die beleuchtete Fläche A die Atomzahl in der abgebildeten Wolke

$$N = \frac{\text{OD} \cdot A}{\sigma}. \quad (3.4)$$

Um die optische Dichte $\text{OD}(x,y)$ zu messen, werden drei Kamerabilder aufgenommen. Für jeden Pixel (x,y) wird die Intensität nach Streuung an der Wolke kalter Atome I_{Atome} , des Laserstrahls ohne Atome I_{Strahl} und des Hintergrunds ohne Detektionslicht I_{Dunkel} registriert. Das Dunkelbild muss nur einmal am Messtag aufgenommen werden und wird von den Messungen abgezogen, um den Einfluss von Hintergrundlicht und Dunkelrauschen der Kamera zu korrigieren. Die absorbierte Intensität lautet nach dem Lambert-Beerschen Absorptionsgesetz

$$I_{\text{abs}} = I_0 \exp(-\text{OD}) \quad (3.5)$$

mit der eingestrahnten Intensität $I_0(x,y) = I_{\text{Strahl}}(x,y) - I_{\text{Dunkel}}(x,y)$. Die Absorption steigt exponentiell mit der Dichte. Umgekehrt ergibt sich die optische Dichte aus dem Logarithmus des Intensitätsverhältnisses

$$\text{OD}(x,y) = \log \left(\frac{I_{\text{Strahl}}(x,y) - I_{\text{Dunkel}}(x,y)}{I_{\text{Atome}}(x,y) - I_{\text{Dunkel}}(x,y)} \right). \quad (3.6)$$

Die Integration über eine Koordinate ergibt ein eindimensionales Profil für die zweite Koordinate, an das eine Gaußfunktion angepasst werden kann, wie beispielhaft

in Abbildung 3.2 gezeigt. Aus den Parametern der Gaußfunktion lassen sich die Teilchenzahl und die $\frac{1}{e}$ -Breite $2\sigma_{x,y}$ bestimmen. Die Umrechnung von Pixeln zu Längeneinheiten wird über die Aufnahme einer Fallparabel kalibriert. Im Folgenden wird mit dem lotrechten Profil der optischen Dichte der radiale Einschluss in der Dipolfalle untersucht. Das horizontale Profil bildet den deutlich schwächeren axialen Einschluss ab.

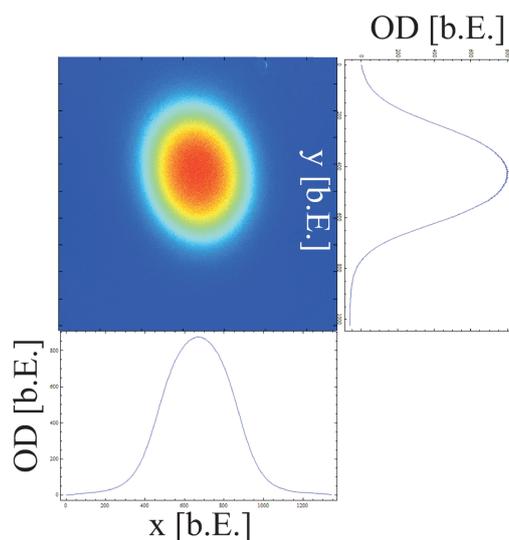


Abbildung 3.2: Beispielbild der Auswertung von horizontalem und vertikalem Profil der optischen Dichte. Dargestellt ist die atomare Wolke einer MOT. Übernommen aus [15].

3.2.2 Fluoreszenzabbildung

Bei der Fluoreszenzdetektion werden die getreuten Photonen des Detektionslichts detektiert. Das resonante Licht wird aus gegenüberliegenden Richtungen eingestrahlt, sodass sich die resultierenden Kräfte auf die Atome kompensieren. Die Fluoreszenzdetektion eignet sich insbesondere für dünne atomare Wolken, da das Licht länger eingestrahlt werden kann, um ein stärkeres Detektionssignal zu erhalten. Von einer infrarot-empfindlichen Kamera [ALLIED vision technologies, GUPPY GF 033B] in einer vom eingestrahlt Licht unabhängigen Richtung wird die Fluoreszenz der atomaren Wolke aufgenommen. Die in den Raumwinkel Ω_{Blende} der Blendenöffnung der Kamera gestreute Intensität

$$I_{\text{Fluoreszenz}} = \frac{\Omega_{\text{Blende}}}{4\pi} I_{\text{abs}} \quad (3.7)$$

ist abhängig von der absorbierten Intensität I_{abs} , die in den Raumwinkel 4π abgestrahlt wird. Zusätzlich wird ein Bild des Hintergrunds bei eingestrahltm Detektionslicht aufgenommen und vom Fluoreszenzbild abgezogen. Mit Kenntnis der eingestrahlenen Intensität I_0 ist die Auswertung analog zur Absorptionsdetektion.

3.3 Intensitätssteuerung

Die Intensität des Dipolfallenlasers muss schnell steuerbar sein, um eine Regelbandbreite bis Frequenzen von einigen kHz zu ermöglichen. Weiterhin soll die Steuerung einen Einstellbereich von wenigen 10 mW, die von einer mechanischen Blende dissipiert werden können, bis 20 W haben. Für das evaporative Kühlen sind desweiteren kontinuierliche Rampen von hohen zu niedrigen Intensitäten notwendig. Pockelszellen beeinflussen die Polarisierung des Lichts in einem doppelbrechenden Kristall und haben daher eine kurze Reaktionszeit. Im Zusammenspiel mit Polarisationsfiltern kann die Transmission in einem großen Bereich zwischen hoher Durchlässigkeit und hoher Auslöschung eingestellt werden.

3.3.1 Funktionsweise der Pockelszelle

Der Pockels-Effekt beschreibt die lineare Abhängigkeit der Doppelbrechung in einem nicht-inversionssymmetrischen Kristall von einem angelegten elektrischen Feld. Die optische Weglängendifferenz der Hauptbrechachsen Δd ist demnach proportional zu der angelegten Spannung U_{HV} , die typischerweise im Hochspannungsbereich ist. Die Pockelszelle ist aus zwei entgegengesetzt ausgerichteten Kristallen zusammengesetzt, sodass die natürliche Doppelbrechung keinen Einfluss hat und $\Delta d = 0$ für $U_{\text{HV}} = 0$ gilt. Licht mit linearer Polarisierung entlang einer Hauptachse erfährt eine Phasenverschiebung relativ zu Licht mit linearer Polarisierung entlang der zweiten Hauptachse:

$$\Phi(\Delta d) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d. \quad (3.8)$$

Es wird Licht mit linearer Polarisierung 45° zu beiden Hauptachsen eingestrahlt, sodass beide Komponenten gleiche Amplitude haben. Mit einem Polarisationsfilter in -45° Ausrichtung wird nun die relative Phase $\Phi(\Delta d)$ der beiden Komponenten analysiert. Das Verhältnis

$$\frac{I_{\text{trans}}}{I_{\text{ein}}} = \frac{1 - \cos(\Phi)}{2} \quad (3.9)$$

der transmittierten Intensität I_{trans} zu der eingestrahlenen Intensität I_{ein} ist minimal für $\Delta d = 0$ und maximal für $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$. In Abbildung 3.3 ist die gemessene Transmissionskurve des im folgenden Abschnitt beschriebenen Aufbaus dargestellt. In rot

ist eine an die Messwerte angepasste Cosinus-Funktion eingezeichnet. Die Spannung, bei der die Weglängendifferenz $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ ist, beträgt 6,5 kV.

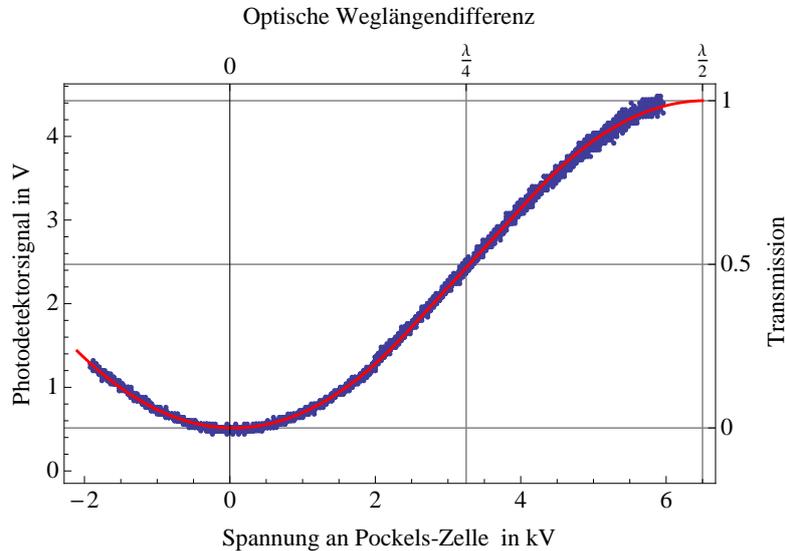


Abbildung 3.3: Das Photodetektorsignal (PD1) der Laserintensität nach dem zweiten Polarisator (GLP2) ist über die an die Pockelszelle angelegte Spannung aufgetragen. Die Offset-Spannung im Transmissionsminimum wird durch den Photodetektor verursacht, wie in Abbildung 3.5 gezeigt. Wenn die Laserintensität am Polarisationsfilter (GLP2) nicht vollständig ausgelöscht wird, erzeugt dies auch einen Offset.

3.3.2 Strahlengang der Intensitätssteuerung

Über eine Faser wird der Strahl des kommerziellen Faserlasers [IPG Photonics, TLR-50-1960-LP] zugeführt und von einem Faserkoppler (FC) kollimiert. Mit einem ersten Glan-Laser-Polarisator (GLP1) [GWU Lasertechnik, PGL-100-B3] werden Polarisationschwankungen verhindert und in Intensitätsschwankungen übersetzt, bevor der Laserstrahl mit zwei Justagespiegeln durch die Pockelszelle (PZ) [LINOS Photonics, LM 7 IR] geführt wird und durch den zweiten Glan-Laser-Polarisator (GLP2) als Analysator fällt. Dieser Aufbau ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Mit $\frac{\lambda}{2}$ -Verzögerungsplättchen wird der Polarisationswinkel des Lichts rotiert. Das erste Plättchen richtet die Polarisation zum ersten GLP aus. Anschließend wird die Polarisationsrichtung auf einen Winkel von 45° zu den Hauptachsen der Pockelszelle eingestellt. Mit einem dritten $\frac{\lambda}{2}$ -Verzögerungsplättchen wird die Polarisation so rotiert, dass der zweite GLP senkrecht zum ersten GLP wirkt. Die Leistung im Transmissionsminimum beträgt einige 100 mW entsprechend einer Transmission von 1%. Möglicherweise ist dies in nicht-perfekten Polarisationsseigenschaften der Komponenten begründet. Mit einer schaltbaren Blende (B) kann der Strahlengang blockiert

werden, sodass kein Licht mehr in die Experimentierkammer gelangt. Die Blende ist für hohe Leistungen nicht geeignet, daher darf der Strahlengang nur blockiert werden, wenn die Leistung klein ist.

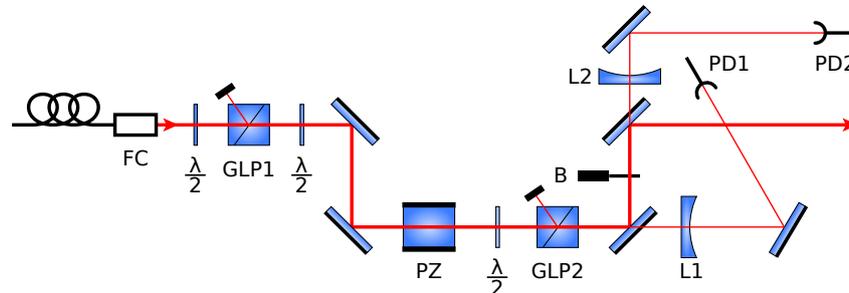


Abbildung 3.4: Strahlengang für die Intensitätssteuerung mit einer Pockelszelle.

Bei einer eintreffenden Laserleistung von 10 W transmittieren die Spiegel eine Leistung von ungefähr 2 mW. Die Photodetektoren [Thorlabs, PDA10D-EC] sättigen bei einer Lichtleistung von 1 mW auf der aktiven Fläche, daher wird der kollimierte Strahl von einer Linse (L1) mit einer Brennweite von -100 mm aufgeweitet, sodass die Leistung auf der Photodetektorfläche (PD1) verringert wird. Die transmittierte Leistung eines zweiten Spiegels wird nach einer Aufweitungslinse (L2) mit einer Brennweite von -300 mm von einem unabhängigen Photodetektor (PD2) aufgenommen. Der erste Photodetektor ist Teil der im folgenden Abschnitt beschriebenen Regelschleife, während der zweite Photodetektor zur Charakterisierung der Regelschleife in Abschnitt 4.1 dient. In Abbildung 3.5 ist der Zusammenhang zwischen Photodetektorsignal und Laserleistung auf dem Spiegel aufgetragen.

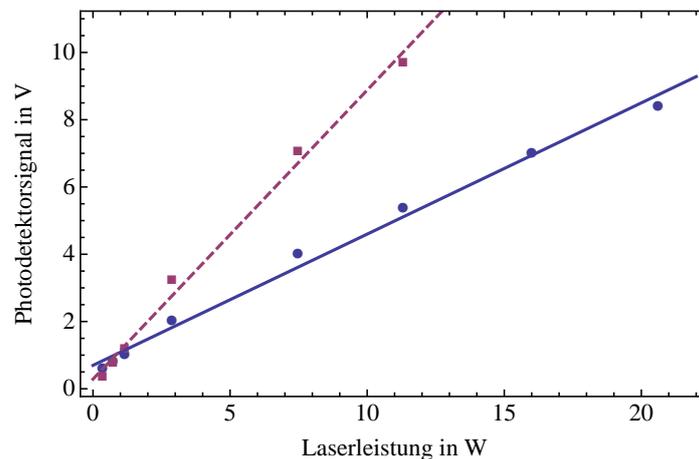


Abbildung 3.5: Signal der Photodetektoren PD1 (blau, Kreis) und PD2 (rot, Box) in Abhängigkeit von der Laserleistung. Zu den Messreihen sind jeweils Ausgleichsgeraden (PD1 durchgezogen, PD2 gestrichelt) eingezeichnet. Die Photodetektoren sättigen bei einer Ausgangsspannung von 10 V.

3.4 Intensitätsstabilisierung

Die Intensität auf dem Photodetektor PD1 soll durch eine geeignete Regelschleife stabilisiert werden. Regelgröße ist das Spannungssignal des PD1 und die Stellgröße ist die an die Pockelszelle angelegte Spannung. Die Regelgröße ist über die in Abbildung 3.3 aufgetragene Transmissionskurve der Pockelszelle abhängig von der Stellgröße. Wird ein Sollwert auf der Flanke des Cosinus gewählt, kann mit einem in Abschnitt 2.2 beschriebenen PI-Regler eine Stabilisierung realisiert werden. Wird allerdings der Sollwert geändert, hat die Cosinuskurve für den neuen Wert eine andere Steigung, sodass sich effektiv die Regelparameter verändern. Liegt der Sollwert dicht an einer Extremstelle der Transmissionsfunktion, kann sich sogar das Regelvorzeichen umkehren. Eine Regelschleife aus PI-Regler und Pockelszelle kann also nur mit einem festen Sollwert und nicht im Bereich maximaler oder minimaler Transmission betrieben werden. Für die evaporative Kühlung ist die stetige Absekung des Sollwertes bis in den Bereich niedriger Transmission jedoch notwendig. Um dennoch mit einem PI-Regler zu arbeiten, wird die Transmissionsfunktion durch ihre Umkehrfunktion linearisiert. Im Regelpfad wird eine Arkuscosinus-Funktion eingefügt, die den Ausgangswert des PI-Reglers, der sich auf die Intensität auf dem Photodetektor bezieht, umrechnet in die jeweilige Spannung an der Pockelszelle. Da der analoge Schaltungsaufwand für eine Arkuscosinus-Funktion hoch ist, ist es von Vorteil, diese Umrechnung digital durchzuführen. Darüber hinaus bietet die digitale Realisierung des Reglers und der Linearisierung weitere Vorteile gegenüber einer analogen Schaltung. Der Signalpfad kann umprogrammiert und einzelne Filter modular hinzugefügt werden. Das Steuern der Schaltung über eine Computerschnittstelle erlaubt eine direkte computergestützte systematische Optimierung.

3.4.1 Digitale Signalverarbeitung

Die digitale Signalverarbeitung erfolgt in einem Field Programmable Gate Array (FPGA), einem integrierten Schaltkreis dessen interne Struktur aus programmierbaren Logikgattern besteht. Die Berechnung wird nicht wie in einem Microcontroller mit schrittweisen Rechenanweisungen in mehreren Takten durchgeführt, sondern in einer fest verschalteten Logik. Dabei können beliebig viele Rechnungen parallel in einem einzelnen Takt stattfinden. Die Berechnungszeit hängt von der Schaltzeit der Logikgatter im Bereich von Nanosekunden ab. Der im Folgenden beschriebene Signalpfad benötigt eine Taktzeit von weniger als 100 ns mit einer entsprechenden Taktfrequenz von mehr als 10 MHz. Dies ermöglicht eine theoretische Regelbandbreite von bis zu 5 MHz, die sich durch Optimierungen noch erhöhen lässt, um den Regler für eine Frequenz- oder Phasenstabilisierung eines Diodenlasers einzusetzen. Wie in

Abschnitt 4.1 gezeigt wird, muss die Bandbreite der Intensitätsstabilisierung allerdings auf 5 kHz begrenzt werden. Der Regler wird in einem FPGA [Altera, Cyclone II EP2C20F484C7N] auf einer Entwicklerplatine [Terasic, DE1 Board] programmiert.

Die digitalisierten Signale werden intern als 32 Bit Festkommazahlen verarbeitet. Negative Zahlen werden als Zweierkomplement repräsentiert. Dieses Zahlenformat ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Der Eingangsspannungsbereich von -10 V bis 10 V entspricht Werten von -1 bis 1 . Die Nachkommastellen werden von 30 Bit repräsentiert, wobei das höchstwertige Bit das Vorzeichen vorgibt und das zweithöchste Bit ein Überlauf für Summen oder Produkte mit Betrag größer als 1 ist. Die Regelparameter werden als Festkommazahl mit 20 Bit für den Nachkomma- und 12 Bit für den ganzzahligen Anteil angegeben. Die Multiplikation von zwei 32 Bit-Faktoren ergibt ein Produkt mit 64 Bit. Dies muss dann wieder sinnvoll in eine 32 Bit-Zahl überführt werden. Eine Division mit Binärlogik ist nicht sinnvoll, da sie vergleichsweise lange Schaltzeiten benötigt. Stattdessen wird mit dem Kehrwert multipliziert oder niedrigstwertige Bits abgeschnitten, welches einer Division durch 2er Potenzen entspricht.

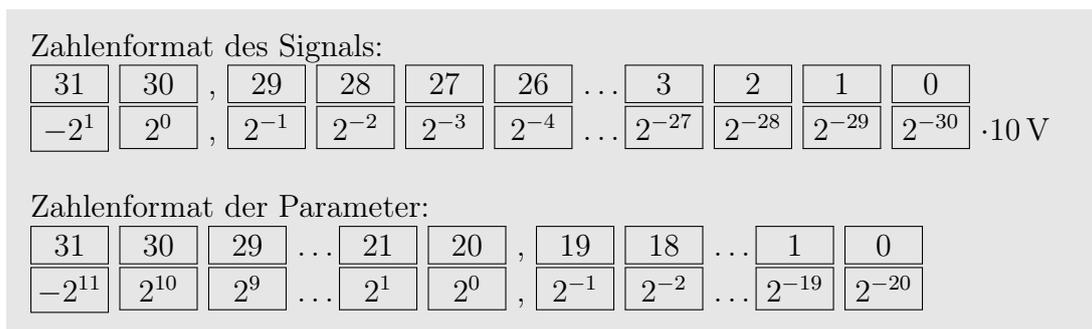


Abbildung 3.6: Zuordnung der Bits einer Festkommazahl zum jeweiligen Wert als Zweierpotenz.

Diskreter Tiefpass

Der in Abschnitt 2.2 beschriebene zeitkontinuierliche Tiefpassfilter soll nun in eine zeitdiskrete Rechenanweisung umgesetzt werden. Ein diskreter Tiefpassfilter wird als gleitender Mittelwert realisiert. Der Ausgangswert $u(t_n)$ des aktuellen Schrittes ist der gewichtete Mittelwert zwischen aktuellem Eingangswert $e(t_n)$ und dem vorhergehenden Ausgangswert $u(t_{n-1})$.

$$\begin{aligned} u(t_n) &= \alpha \cdot e(t_n) + (1 - \alpha) \cdot u(t_{n-1}) \\ &= u(t_{n-1}) + \alpha \cdot (e(t_n) - u(t_{n-1})) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die Gewichtung α bestimmt die Grenzfrequenz

$$f_c = \frac{f_s}{2\pi} \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha}. \quad (3.11)$$

Für Grenzfrequenzen kleiner als die Abtastfrequenz f_s ist $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

In Quelltext 1 wird ein diskreter Tiefpass algorithmisch in der Programmiersprache VHDL für die Implementierung in einem FPGA beschrieben. Die Variable `ausgang` hat solange den Ausgangswert des vorhergehenden Schrittes, bis ein neuer Wert zugewiesen wird. Das Produkt aus dem 32 Bit-Parameter `alpha` α als Festkommazahl mit 20 binären Nachkommastellen (siehe Abbildung 3.6) und der Differenz (`eingang - ausgang`) als 32 Bit-Zahl mit 30 binären Nachkommastellen ist eine 64 Bit-Festkommazahl mit 50 Bit nach dem Komma. Die Anweisung (`zwwert(63) & zwwert(50 downto 20)`) überführt das Vorzeichen und die Bits 20 bis 50 in eine 32 Bit-Zahl mit 30 binären Nachkommastellen. Mit diesem Wert kann nun weiter gerechnet werden.

```
procedure tiefpass ( eingang, alpha : in signed(31 downto 0);
                    ausgang : inout signed(31 downto 0) ) is
    variable zwwert : signed (63 downto 0);
begin
    zwwert := (eingang - ausgang) * alpha;
    ausgang := ausgang + (zwwert(63) & zwwert(50 downto 20));
end procedure tiefpass;
```

Quelltext 1: VHDL-Quelltext des in Gleichung (3.10) beschriebenen Tiefpassfilters.

Diskreter PI-Regler

Der zentrale Bestandteil der Regelschleife ist ein Regler, der ein Steuersignal zur Korrektur von Intensitätsschwankungen generiert. Die in Abschnitt 2.2 eingeführten zeitkontinuierlichen Funktionen für Proportional- und Integral-Regler sollen nun als Grundlage für einen zeitdiskreten PI-Regler dienen. Ein PI-Regler besteht aus der Parallelschaltung von P- und I-Teil, daher werden die einzelnen Funktionen addiert

$$u_{PI}(t) = k_{PI} \left(\underbrace{1 \cdot e(t)}_{\text{P-Teil}} + \underbrace{2\pi k_I \int e(t) dt}_{\text{I-Teil}} \right). \quad (3.12)$$

Das Fehlersignal $e(t)$ ist die Differenz von Sollwert x_0 und dem gemessenen Wert $x(t)$:

$$e(t) = x_0 - x(t).$$

Damit der Regler stabiler auf große Änderungen des Sollwertes innerhalb eines Zeitschrittes reagiert, soll der P-Teil nur von $x(t)$ abhängen und unabhängig von x_0 sein. Der P-Teil wird nun als Integral über die Änderungen von x geschrieben:

$$u_{PI}(t) = k_{PI} \int_0^t \left(\underbrace{\frac{d}{d\tau} x(\tau)}_{\text{P-Teil}} + \underbrace{2\pi k_I (x_0 - x(\tau))}_{\text{I-Teil}} \right) d\tau. \quad (3.13)$$

Für diskrete Zeitschritte Δt werden Integral und Ableitung wie folgt genähert:

$$\int_0^{t_n} x(\tau) d\tau \rightarrow \sum_{i=0}^n x(t_i) \cdot \Delta t \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{d\tau} x(t_n) \rightarrow \frac{x(t_n) - x(t_{n-1})}{\Delta t} \quad (3.15)$$

Der n -te Ausgangswert des diskreten PI-Reglers wird damit wie folgt berechnet:

$$u_{PI}(t_n) = k_{PI} \sum_{i=0}^n \left(\underbrace{(x(t_i) - x(t_{i-1}))}_{\text{P-Teil}} + \underbrace{2\pi k_I \Delta t (x_0 - x(t_i))}_{\text{I-Teil}} \right). \quad (3.16)$$

Da der P-Teil nur von Änderungen von x abhängt, kann sein Eingangssignal durch den Wechselspannungsanteil x_{AC} von x ersetzt werden. Die rekursive Formel für den Ausgangswert $u_{PI}(t_n)$ des n -ten Schrittes lautet somit

$$u_{PI}(t_n) = u_{PI}(t_{n-1}) + k_{PI} \left(\underbrace{(x_{AC}(t_n) - x_{AC}(t_{n-1}))}_{\text{P-Teil}} + \underbrace{2\pi k_I \Delta t (x_0 - x(t_n))}_{\text{I-Teil}} \right). \quad (3.17)$$

Der Wechselspannungsanteil x_{AC} wird vor der Digitalisierung verstärkt, um ein besseres Verhältnis von Signal und Quantisierungsrauschen zu erreichen. Durch die in Abschnitt 3.4.2 beschriebene getrennte Digitalisierung des Signals für P- und I-Teil hat der in Abbildung 3.7 schematisch dargestellte PI-Regler zwei Eingänge.

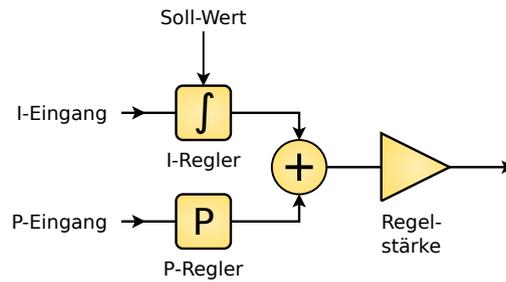


Abbildung 3.7: Blockschaltbild des PI-Reglers.

In Quelltext 2 wird die zeitdiskrete Rechenanweisung des PI-Reglers in VHDL umgesetzt. Dabei gilt für die Variablen

$$\begin{aligned}
 k_i &= 2\pi\Delta t \cdot k_I \\
 \text{eingang}_i &= x(t_i) \\
 \text{eingang}_p &= x_{AC}(t_i) \\
 \text{eingangv}_p &= x_{AC}(t_{i-1}) \\
 \text{sollwert} &= x_0.
 \end{aligned}$$

```

procedure piregler ( eingang_i, eingang_p, eingangv_p, sollwert,
                    k_i, k_pi : in signed(31 downto 0);
                    ausgang : inout signed(31 downto 0) ) is
  variable pteil : signed (31 downto 0);
  variable zwert, iteil : signed (63 downto 0);
begin
  iteil := (sollwert - eingang_i) * k_i;
  pteil := (eingangv_p - eingang_p);
  zwert := (pteil + (iteil(63) & iteil(50 downto 20))) * k_pi;
  ausgang := ausgang + (zwert(63) & zwert(50 downto 20));
end procedure piregler;

```

Quelltext 2: VHDL-Quelltext des in Gleichung (3.17) beschriebenen PI-Reglers.

Linearisierung der Transmission

Der Reglerausgang soll linear die transmittierte Intensität beeinflussen. Dazu muss die entsprechende Spannung an der Pockelszelle mit der Umkehrfunktion der Transmissionsfunktion berechnet werden. Um die rechenaufwendige Reihenentwicklung der

Arcoscosinus-Funktion als Teil der Regelschleife zu vermeiden, wird eine halbe Cosinusperiode der Transmissionsfunktion mit zwei Parabeln und einem linearen Abschnitt genähert, sodass die Umkehrfunktion

$$u_{\text{lin}}(t) = \begin{cases} \sqrt{4e(t)\frac{\pi-2}{\pi^2}} & , 0 < e(t) < \frac{\pi-2}{4} \\ \frac{2}{\pi}e(t) + \frac{\pi-2}{2\pi} & , \frac{\pi-2}{4} \leq e(t) \leq \frac{2-\pi}{4} \\ 1 - \sqrt{4(1-e(t))\frac{\pi-2}{\pi^2}} & , \frac{2-\pi}{4} < e(t) < 1. \end{cases}$$

aus zwei Wurzelfunktionen und einer linearen Funktion zusammengesetzt ist. In Abbildung 3.8 ist die Zusammensetzung der Teilfunktionen zu einer Arcoscosinus-Näherung veranschaulicht. Da sich eine ganzzahlige Wurzel mit Logikgattern schnell berechnen lässt, ist diese Näherung gut geeignet für die Implementierung in einem FPGA.

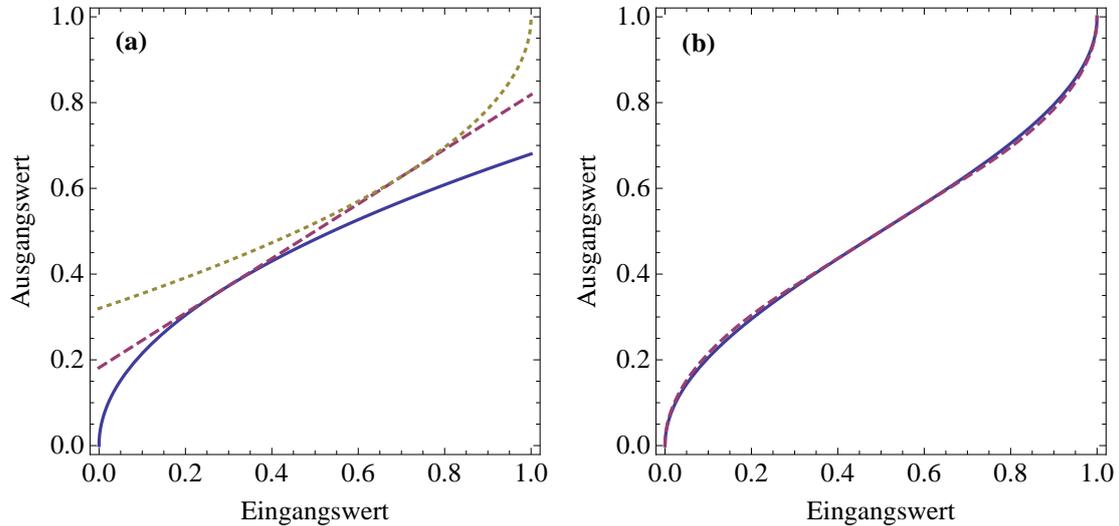


Abbildung 3.8: (a) Durch Wurzelfunktionen (blau, durchgezogen und gelb, gepunktet) und eine lineare Funktion (rot, gestrichelt) wird die in (b) dargestellte Funktion $\arccos(1 - 2x)/\pi$ (blau, durchgezogen) genähert (rot, gestrichelt).

Signalgenerator

Für die parametrische Anregung im Dipolpotential wird die Intensität des Dipollasers moduliert. Dazu wird ein symmetrisches Rechtecksignal mit einstellbarer Amplitude und Frequenz generiert und auf das digitale Signal addiert. Der Signalgenerator lässt sich über TTL-Signale der Experimentsteuerung aktivieren. Die Umsetzung des Rechtecksignalgenerators in VHDL ist in Quelltext 3 wiedergeben. Die Anweisung

("0" & periode(31 downto 1)) stellt dabei eine Division des Parameters `periode` durch zwei dar.

```
zaehler := zaehler + 1;
if zaehler >= periode then
  signal := -amplitude;
  zaehler := to_signed(0,32);
elsif zaehler = ("0" & periode(31 downto 1)) then
  signal := amplitude;
end if;
```

Quelltext 3: VHDL-Quelltext des Rechtecksignalgenerators.

Rampengenerator

Der Sollwert der Regelung wird bei der evaporativen Kühlung kontinuierlich gesenkt. Der Rampengenerator generiert eine Abfolge von linearen Rampen mit einstellbarer Steigung und Dauer. Die Intensität des Dipollasers wird auf die Differenz zwischen dem eingestellten Start-Sollwert und dem Rampengeneratorausgang stabilisiert. Quelltext 4 zeigt exemplarisch die Realisierung eines Rampengenerators mit drei aufeinanderfolgenden Rampen. Der Ausgabewert `rampe` wird zu Beginn auf 0 initialisiert und während der Rampensequenz schrittweise erhöht. Nach der letzten Rampe bleibt der Wert konstant.

```
zaehler := zaehler + 1;
if zaehler < dauer1 then
  rampe := rampe + steigung1;
elsif zaehler < (dauer1 + dauer2) then
  rampe := rampe + steigung2;
elsif zaehler < (dauer1 + dauer2 + dauer3) then
  rampe := rampe + steigung3;
end if;
```

Quelltext 4: VHDL-Quelltext eines exemplarischen Rampengenerators. Die Zahl der Rampen mit unterschiedlichen Steigungen kann beliebig erhöht werden.

3.4.2 Digitalisierung

Zur Verarbeitung in einem FPGA muss das Photodektorsignal von einem kontinuierlichen Spannungswert in eine diskrete Folge binärer Werte umgewandelt werden.

Ebenso wird der Ausgang des digitalen Reglers wieder in eine Spannung umgewandelt, die über einen Hochspannungsverstärker [Bfi Optilas, 609B-3-H-CE] an die Pockelszelle angelegt wird.

Analog-Digital-Wandlung

Das Signal des Photodetektors im Bereich von 0 V bis 10 V wird von einem Analog-Digital-Wandler [Analog Devices, AD976] digitalisiert, der mit einer Abtastfrequenz $f_s = 100 \text{ kHz}$ arbeitet und Signale von -10 V bis 10 V mit 16 Bit quantisiert. Dies entspricht einer Auflösung von $305 \mu\text{V}$. Wie in Abschnitt 4.1.2 gezeigt ist, soll die Regelschleife Photodetektor-Signale mit einer spektralen Dichte von $1 \cdot 10^{-5} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ verarbeiten können. Da die Auflösung des verwendeten Wandlers zu gering ist, wird der zeitveränderliche Anteil des Signals um einen Faktor 100 verstärkt und von einem zweiten, identischen Analog-Digital-Wandler (ADC) aufgenommen. Der in Abbildung 3.9 gezeigte Signalpfad wird demnach aufgeteilt und getrennt für Proportional- und Integral-Teil des Reglers digitalisiert. Dadurch wird eine hohe Auflösung von $3 \mu\text{V}$ über den P-Teil erreicht, während der I-Teil in einem Bereich von 0 V bis 10 V arbeitet. Der im FPGA implementierte Signalpfad arbeitet mit 32 Bit-Werten, sodass die Auflösung deutlich ausreichend ist.

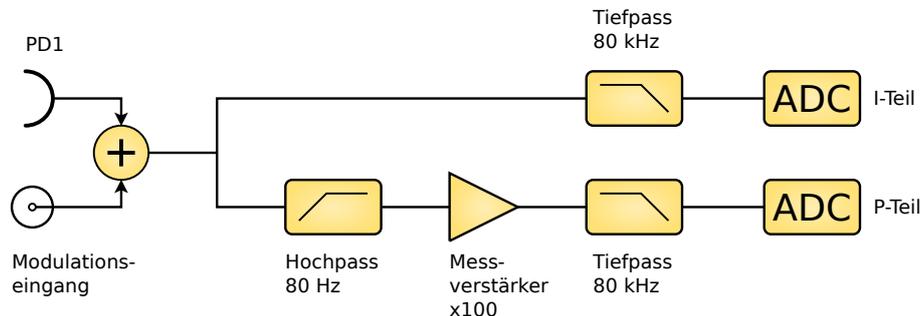


Abbildung 3.9: Vereinfachter Schaltplan der Analog-Digital-Wandlung.

Die Abtastfrequenz von $f_s = 100 \text{ kHz}$ ist für Signale bis 10 kHz ausreichend. Um Störungen von höheren Frequenzen durch Aliasing zu vermeiden, ist jeweils ein Tiefpass mit Grenzfrequenz 80 kHz vor die Wandler geschaltet.

Digital-Analog-Wandlung

Der digitale Ausgangswert der Linearisierungsfunktion wird von zwei 12-Bit-Digital-Analog-Wandlern [Analog Devices, AD7845] in eine Spannung im Bereich von 0 V bis 10 V umgewandelt. Da die Auflösung eines einzelnen Wandlers nicht genügt,

wird das Signal des zweiten Wandlers, von dem die 7 kleinstwertigsten Bits genutzt werden, an einem Spannungsteiler durch 2^7 geteilt und durch eine Operationsverstärkerschaltung zu dem Signal des ersten Wandlers addiert. Der in Abbildung 3.10 schematisch dargestellte kombinierte Digital-Analog-Wandler (DAC) mit 19 Bit hat eine Auflösung von $19 \mu\text{V}$ im Bereich 0 V bis 10 V . Mit einem Tiefpass mit Grenzfrequenz 34 kHz wird das Signal schließlich geglättet.

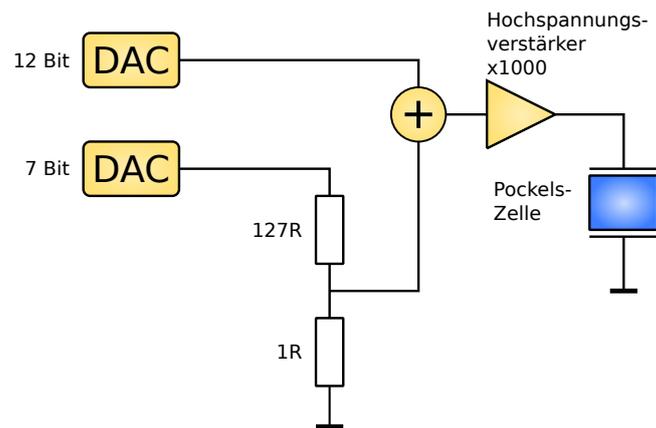


Abbildung 3.10: Vereinfachter Schaltplan der Digital-Analog-Wandlung.

3.4.3 Regelschleife

Mit dem Photodetektor, der Digitalisierung, dem PI-Regler, einem Tiefpassfilter, der Linearisierungsfunktion, dem Digital-Analog-Wandler, dem Hochspannungsverstärker, der Pockelszelle und dem optischen Aufbau ist die in Abbildung 3.11 gezeigte Regelschleife geschlossen.

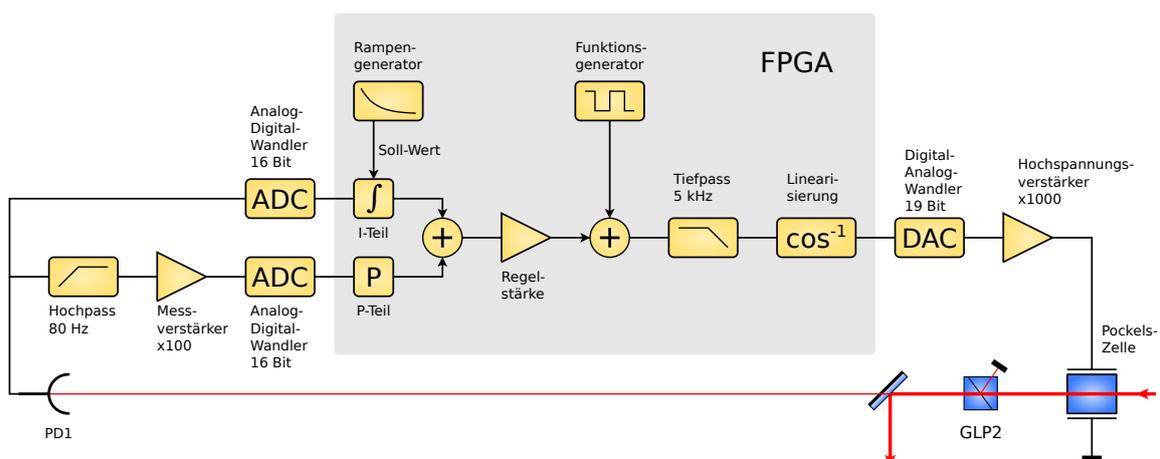


Abbildung 3.11: Diagramm der geschlossenen Regelschleife.

Die Parameter der Umkehrfunktion für die Linearisierung werden durch Anpassen einer Cosinusfunktion an die Transmissionskurve der Pockelszelle bestimmt und im FPGA einprogrammiert. Es hat sich als sinnvoll herausgestellt, die Regelparameter manuell über einen digitalen Drehgeber einzustellen. Die Parameter für den Modulations- und den Rampengenerator werden dagegen über eine Computerschnittstelle eingestellt. Das Setzen der Parameter kann über die in Abbildung 3.12 gezeigte grafische Benutzeroberfläche erfolgen oder in die vorhandene *Labview*-Experimentsteuerung zur systematischen Optimierung eingebunden werden. Es sind bisher fünf aufeinanderfolgende lineare Rampen vorgesehen, diese Zahl kann aber bei Bedarf erhöht werden. Der Experimentablauf für Modulationen oder Rampen und zum Ausschalten der Dipolfalle wird über TTL-Signale von einem Echtzeitrechner gesteuert.

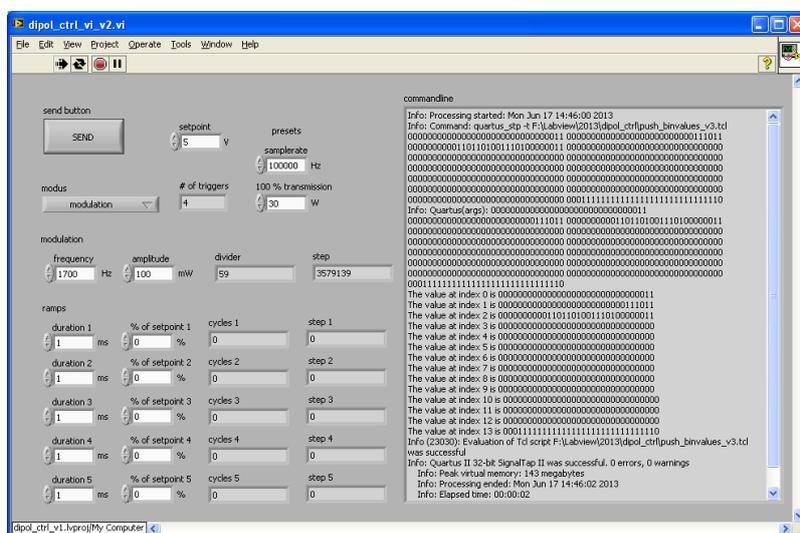


Abbildung 3.12: Graphische Oberfläche zum Einstellen der Parameter. Auf der linken Seite befindet sich die Eingabemaske für die Parameter der Funktionsgeneratoren und ein Auswahlmü für die Funktionen der digitalen Regelung. Je nach Betriebsart wird eine unterschiedliche Anzahl von TTL-Pulsen zum Steuern der Modulation oder Starten der Rampen benötigt. Auf der rechten Seite ist die Kommandozeilenausgabe des Setzens der Parameter im FPGA zu sehen.

EXPERIMENTELLE ERGEBNISSE

Mit dem im vorherigen Kapitel beschriebenen Aufbau wird eine intensitätsstabilisierte optische Dipolfalle für Kalium und Rubidium realisiert. Zunächst wird die Regelung untersucht, mit der die Falltiefe präzise eingestellt und insbesondere für geringe Laserintensitäten am Ende einer Evaporationssequenz stabilisiert werden kann. In vorangehenden Arbeiten am ATLAS-Experiment [10, 15] wurde bereits Rubidium-87 in der optischen Dipolfalle bei 1960 nm untersucht und evaporativ bis zur Quantenentartung gekühlt. In dieser Arbeit wird eine hohe Wiederholbarkeit der evaporativen Kühlung erreicht und desweiteren das Beladen der optischen Dipolfalle mit Kalium-39-Atomen demonstriert.

4.1 Charakterisierung der Regelschleife

Die Geschwindigkeit, mit der die Intensitätstabilisierung auf Störungen reagiert, beziehungsweise die Stärke der Unterdrückung von Störungen innerhalb der Regelbandbreite hängt von der Regelverstärkung ab. Diese ist wiederum durch die Phasenreserve und das Signal-Rausch-Verhältnis begrenzt. Daher wird der Amplituden- und Phasen-Frequenzgang und die spektrale Rauschdichte von einzelnen Komponenten und von der gesamten Regelschleife betrachtet.

4.1.1 Frequenzgang

Bandbreite und Phasenverschiebung der Regelschleife werden durch den Frequenzgang der einzelnen Komponenten bestimmt. Während das Verhalten des Reglers justiert werden kann, ist der Einfluss der restlichen Komponenten auf das Signal nicht

ohne weiteres beeinflussbar. Die Kenntnis des Frequenzgangs der einzelnen Komponenten ist hilfreich beim Einstellen der Regelparameter. In Abschnitt 2.2 wurden theoretische Übertragungsfunktionen eingeführt. Das frequenzabhängige Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangssignal von realen Bauteilen lässt sich mittels eines Netzwerkanalysators bestimmen. Er generiert für jeden Messpunkt ein Sinus-Signal der jeweiligen Frequenz und vergleicht dieses mit dem Ausgangssignal des Bauteils, um das Verhältnis der Amplituden und die Differenz der Phasen zu bestimmen. Das Übertragungsverhalten wird analog zu Abschnitt 2.2 in einem Bode-Diagramm aufgetragen. Im Folgenden wird für alle Graphen die gleiche Skalierung der Ordinate und das gleiche Frequenzintervall verwendet.

Frequenzgang der Pockelszelle

Zunächst wird nur das Verhalten der Pockelszelle ohne Hochspannungsverstärker untersucht. Das Referenzsignal des Netzwerkanalysators wird direkt auf die Pockelszelle gegeben. Von einer Photodiode wird die Transmission durch den optischen Aufbau, wie in Kapitel 3 beschrieben, aufgenommen. Im Frequenzgang in Abbildung 4.1 ist eine akustische Resonanz bei 12,3 kHz zu sehen, die eine Phasenverzögerung verursacht und somit ein Aufschwingen der Regelschleife zu Folge haben kann. Die vom Netzwerkanalysator getriebene akustische Schwingung des Kristalls ist während der

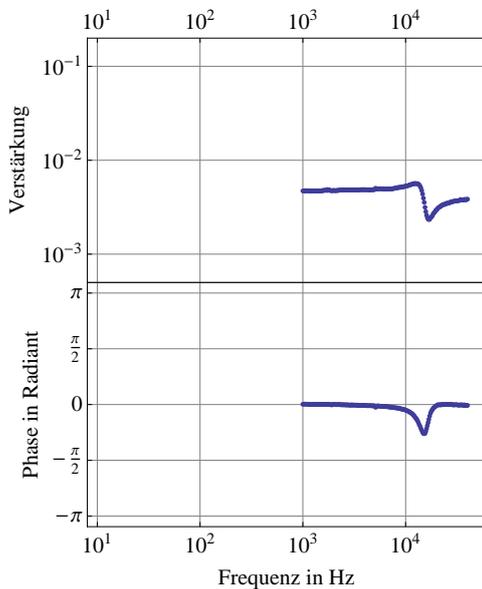


Abbildung 4.1: Bode-Diagramm der Pockelszelle gemessen zwischen 1 kHz und 40 kHz.

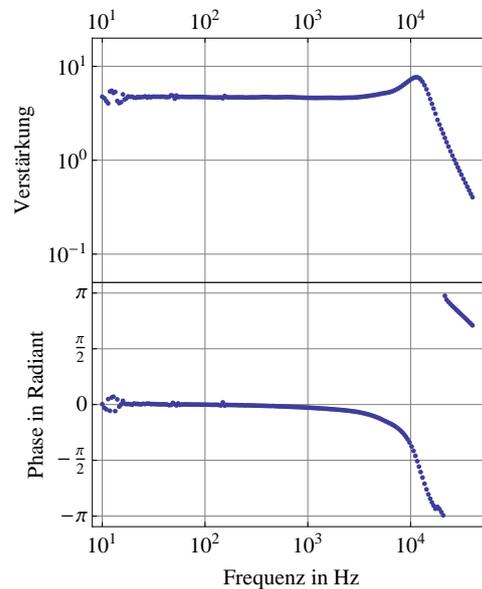


Abbildung 4.2: Bode-Diagramm der Reihenschaltung von Hochspannungsverstärker und Pockelszelle.

Messung hörbar. Es ist daher notwendig, mit einem Frequenzfilter in der Regelschleife Signale bei 12 kHz deutlich zu unterdrücken.

In der in Abbildung 4.2 dargestellten Messung wurde zwischen Netzwerkanalysator und Pockelszelle der Hochspannungsverstärker eingefügt. Die Verstärkung ist konstant im Bereich unter 10 kHz und zeigt wieder die Resonanz der Pockelszelle bei 12,3 kHz. Für Frequenzen über 10 kHz ist der Hochspannungsverstärker ein Tiefpass zweiter Ordnung mit einer entsprechenden Phasenverschiebung für hohe Frequenzen. Die Bandbreite der Regelschleife ist durch den Hochspannungsverstärker auf Frequenzen bis 10 kHz begrenzt. Da dies nicht ausreicht, um die Resonanz der Pockelszelle zu unterdrücken, wird die Bandbreite durch einen in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen digitalen Tiefpassfilter weiter eingeschränkt.

Latenzzeit des digitalen Signalpfads

Der in Abbildung 4.3 gezeigte Amplituden-Frequenzgang durch Analog-Digital- und Digital-Analog-Wandler ist bis 20 kHz konstant. Im Phasen-Frequenzgang lässt sich die Latenzzeit der Wandlung bestimmen. Eine Phase $-\pi$ bei 30 kHz entspricht einer Verzögerungszeit¹ von 16,7 μs . Dies verursacht auch bei Frequenzen kleiner 10 kHz

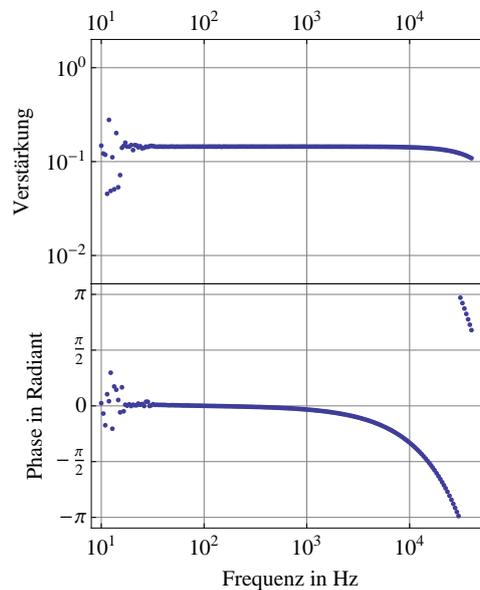


Abbildung 4.3: Bode-Diagramm der Analog-Digital- und Digital-Analog-Wandlung.

¹ Durch Optimierung der FPGA-Programmierung lässt sich die Latenzzeit auf 15,5 μs reduzieren.

eine Phasenverschiebung, die sich mit der Phasenverschiebung der weiteren Komponenten der Regelschleife addiert. Die Regelbandbreite muss deswegen weiter begrenzt werden.

Frequenzgang der Regelschleife

Der Frequenzgang der kompletten Regelschleife setzt sich aus der Reihenschaltung aller Komponenten zusammen. Die Phasenverzögerungen durch unter anderem Hochspannungsverstärker, Pockelszelle, Digitalisierung und Tiefpass addieren sich. In Abbildung 4.4a sind die theoretischen Übertragungsfunktionen der Komponenten mit dem größten Einfluss aufgetragen. Die Grenzfrequenz k_I zwischen I-Teil und P-Teil ist auf 35 Hz eingestellt, woraus die rot gestrichelt eingezeichnete theoretische Übertragungsfunktion für einen PI-Regler mit Regelverstärkung 1 folgt. Um ein Aufschwingen der Regelschleife unter anderem aufgrund der grün mit unterbrochener Linie (Punkt-Strich) eingezeichnete Phasenverschiebung durch die Latenzzeit der Digitalisierung zu verhindern, wird die Regelbandbreite durch einen digitalen Tiefpass zweiter Ordnung mit Grenzfrequenz 3,9 kHz begrenzt, dessen Übertragungsfunktion gelb gepunktet eingezeichnet ist. Die Übertragungsfunktion der Serienschaltung dieser Komponenten ist mit durchgehender blauer Linie aufgetragen.

Das Verhalten der Regelschleife im Betrieb wird analysiert, indem auf das Signal des Photodetektors PD1 das Testsignal des Netzwerkanalysators als künstlicher Fehler addiert wird (siehe Abbildung 3.9 in Abschnitt 3.4.2). Mit einem zweiten Photodetektor PD2 außerhalb der Regelschleife (siehe Abbildung 3.4 in Abschnitt 3.3.2) am Eingang des Netzwerkanalysators kann beobachtet werden, wie die Regelschleife auf das Testsignal reagiert. Diese Messung der geschlossenen Regelschleife ist in Abbildung 4.4b als blaue Messpunkte über die Frequenz aufgetragen und zum Vergleich ist die theoretische Übertragungsfunktion der offenen Regelschleife unter Vernachlässigung des Einflusses des Hochspannungsverstärkers und der optischen Komponenten rot gestrichelt eingezeichnet. Für die offene Regelschleife geht die Phase für Frequenzen unter 20 Hz aufgrund des Verhaltens des Integral-Reglers gegen $-\frac{\pi}{2}$ und für die geschlossene Regelschleife gegen 0, da bei diesen Frequenzen der Ausgang des Reglers das System ohne relevante Verzögerung beeinflusst. Aus dem gemessenen Frequenzgang lässt sich eine Regelverstärkung von 1 im Proportional-Bereich ablesen. Die Frequenzen zwischen 35 Hz und 80 Hz sind gedämpft, weil sich im Proportional-Pfad des Reglers ein Hochpass-Filter (siehe Abschnitt 3.4.2) mit Grenzfrequenz 80 Hz befindet. Um dies zu vermeiden, wird die Grenzfrequenz des analogen Hochpass-Filters in Zukunft niedriger als die Grenzfrequenz k_I des PI-Reglers gewählt.

Die Bandbreite der Regelung ist durch die Latenzzeit der Digitalisierung beschränkt. Sie muss je nach Regelverstärkung durch einen Tiefpassfilter begrenzt werden, sodass

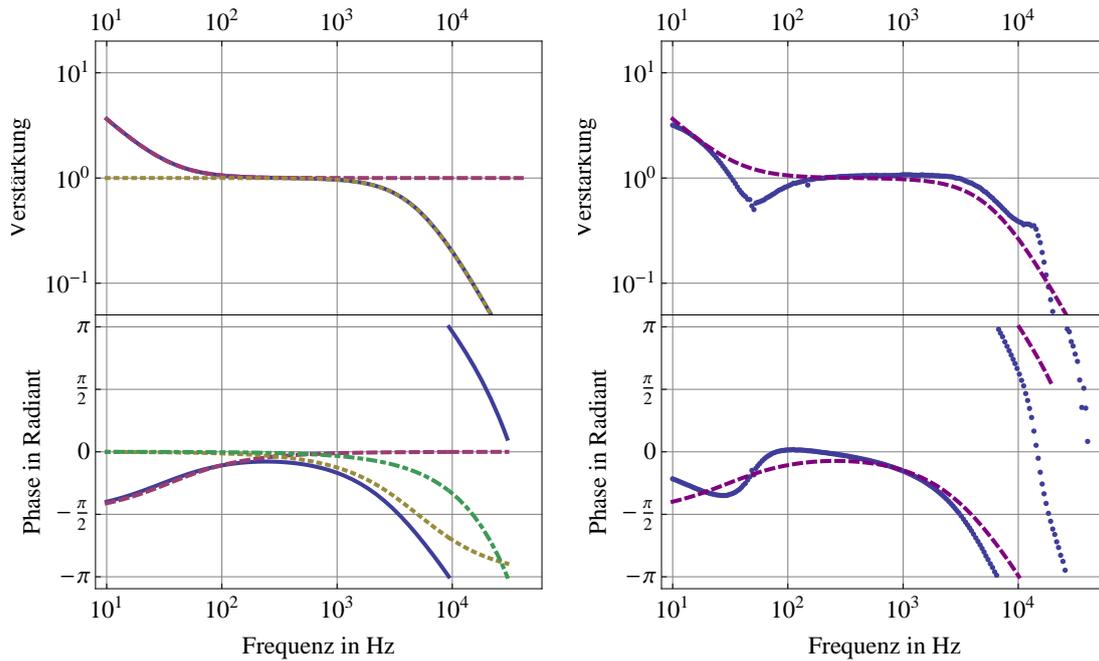


Abbildung 4.4: Bode-Diagramme der Regelschleife: **(a)** Theoretische Übertragungsfunktionen von einem PI-Regler mit Grenzfrequenz $k_I = 35$ Hz (rot, gestrichelt), einem Tiefpass 2. Ordnung mit Grenzfrequenz $f_c = 3,9$ kHz (gelb, gepunktet), einer Verzögerung um $\tau = 16,7$ μ s (grün, Punkt-Strich) und das Produkt aller Übertragungsfunktionen (blau, durchgezogen). **(b)** Gemessener Frequenzgang (blau, durchgezogen) der geschlossenen Regelschleife und theoretische Übertragungsfunktion (rot, gestrichelt) der offenen Regelschleife.

Signale unterdrückt werden, deren Phase um $-\pi$ verzögert ist. Mit kürzerer Latenzzeit können Regelverstärkung und Bandbreite erhöht werden, solange die akustische Resonanz der Pockelszelle bei 12,3 kHz deutlich unterdrückt bleibt.

4.1.2 Spektrale Rauschdichte

Das Ziel der Regelung ist, die Laserintensität konstant zu halten und Langzeitschwankungen auszugleichen. Gleichzeitig soll der Dipolfallenlaser für Vielfache der Fallenfrequenz rauscharm sein, um die gefangenen Atome nicht zu heizen. Daher ist die spektrale Rauschdichte der Laserintensität für Frequenzen von 10 Hz bis 4 kHz von Interesse.

Dunkelrauschen des Photodetektors

Das Rauschen des Photodetektors, insbesondere des eingebauten Verstärkers, kann sowohl die Regelschleife als die Messung der spektralen Rauschdichte beeinflussen. Bei abgedunkeltem Photodetektor muss das Signal im Frequenzraum kleiner sein als die später zu messenden Spektren. Wie in Abbildung 4.5 gezeigt, beträgt die Dunkelrauschdichte $1 \cdot 10^{-6} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei 100 Hz. Signale mit höheren spektralen Dichten werden daher zuverlässig von dem Photodetektor wiedergegeben.

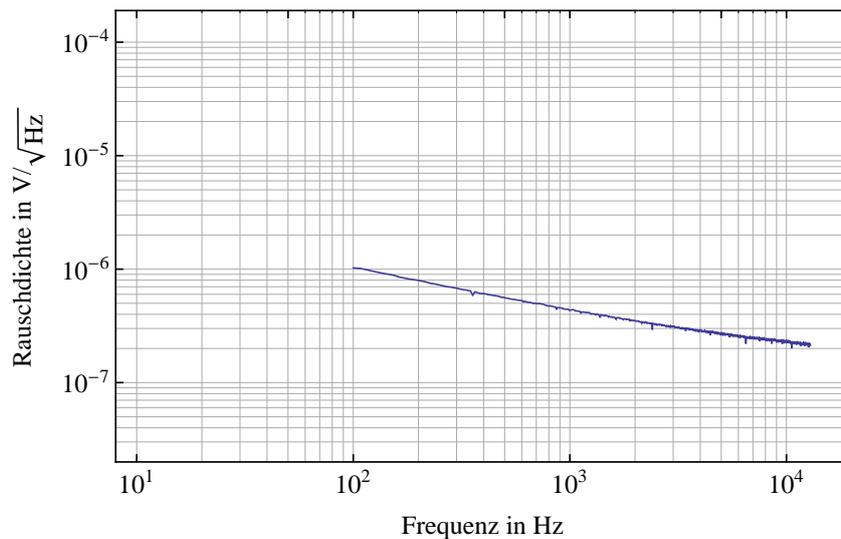


Abbildung 4.5: Spektrale Rauschdichte des Ausgangssignals des dunklen Photodetektors.

Rauschbeitrag des Hochspannungsverstärkers

Der Hochspannungsverstärker ist Teil der Regelschleife und vom ihm eingekoppelte Störungen sollten von dem Regler gedämpft werden. In Abbildung 4.6 sind unter anderem ungerade Vielfache von 50 Hz als Spitzen im Spektrum zu sehen.

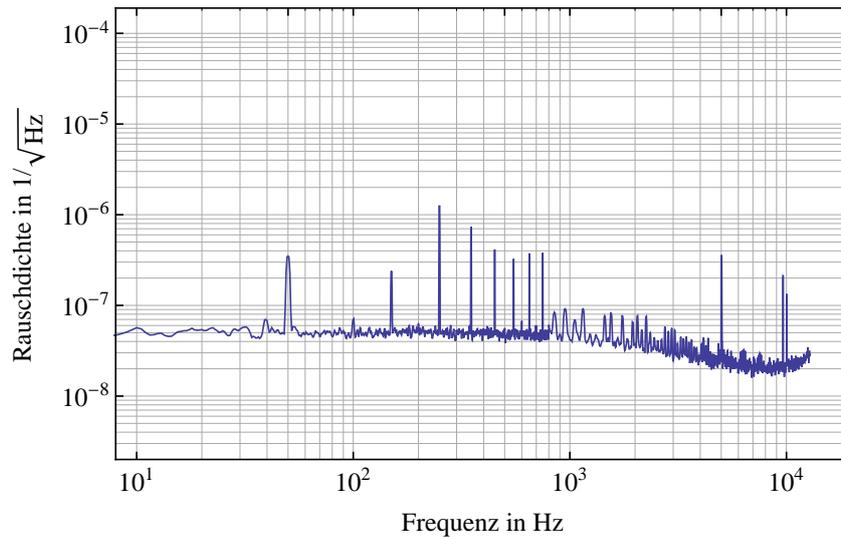


Abbildung 4.6: Spektrale Rauschdichte des Hochspannungsverstärkers normiert auf die Ausgangsspannung von 2,94 kV.

Regelschleife

Um die Wirkung der Intensitätsstabilisierung zu beurteilen, wird die Laserintensität auf einem zweiten Photodetektor außerhalb der Regelschleife gemessen. Zum Vergleich wurde auch die spektrale Rauschdichte der unregelmäßigen Laserintensität mit einer Gleichspannung an der Pockelszelle gemessen. Beide Messungen der Rauschdichte sind auf die Intensität normiert und in Abbildung 4.7 über die Frequenz aufgetragen.

Mit Ausnahme einiger Spitzen ist der Rauschuntergrund fünf Größenordnungen kleiner als die Gesamtintensität bei einer Laserleistung von 10,4 W. Einzelne Spitzen haben eine zwei Größenordnungen höhere spektrale Dichte und werden durch die Regelung leicht gedämpft. Um sie stärker zu dämpfen, müsste die Regelverstärkung erhöht werden, die jedoch bei diesem Aufbau durch elektronisches Rauschen am Eingang des Reglers limitiert ist. Das Erhöhen der Regelverstärkung bewirkt ein Ansteigen des Rauschuntergrunds, weil dadurch elektronisches Rauschen des analogen Schaltungsteils verstärkt wird.

Um das Rauschen der Laserintensität am Ende einer evaporativen Kühlsequenz zu untersuchen, wurden die Messungen in Abbildung 4.8 für eine Laserleistung von 1,2 W aufgenommen. Das Rauschen der aktiven Regelschleife liegt dabei aufgrund von elektronischem Rauschen um einen Faktor 2 über dem Rauschen des unregelmäßigen Lasers, ist aber im Frequenzbereich von 100 Hz bis 20 kHz bis auf einzelne Spitzen fünf Größenordnungen kleiner als die Gesamtintensität.

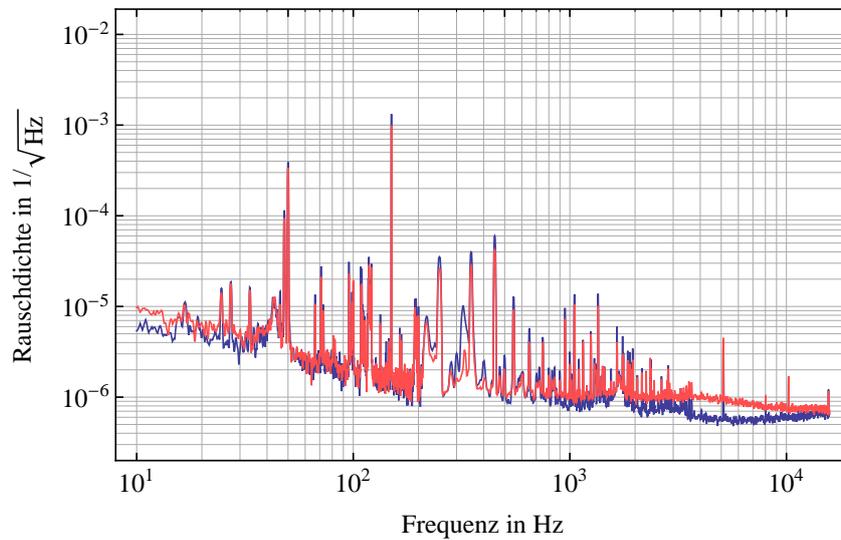


Abbildung 4.7: Spektrale Rauschdichte der unstabilisierten (blau/dunkel) und der stabilisierten (rot/hell) Laserintensität normiert auf die Gesamtintensität auf dem Photodetektor mit einer Ausgangsspannung von 9,28 V bei einer Laserleistung in der Dipolfalle von 10,4 W.

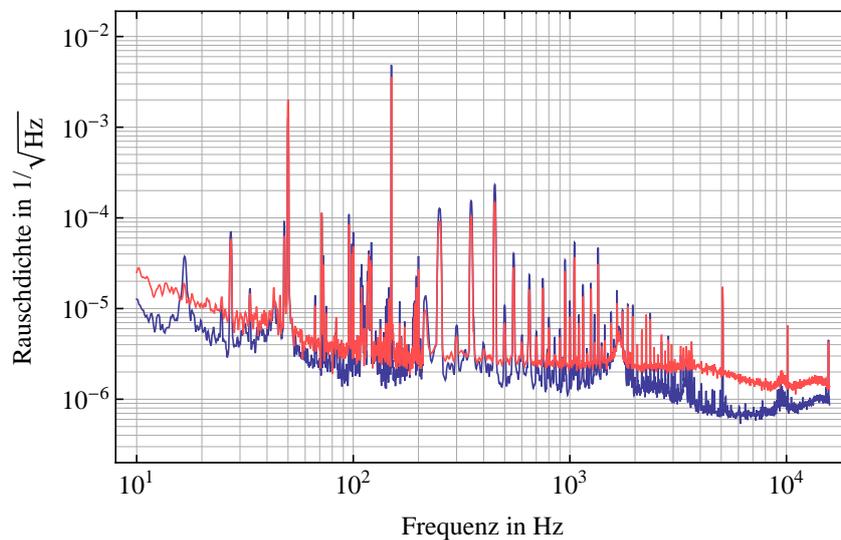


Abbildung 4.8: Spektrale Rauschdichte der unstabilisierten (blau/dunkel) und der stabilisierten (rot/hell) Laserintensität normiert auf die Gesamtintensität auf dem Photodetektor mit einer Ausgangsspannung von 1,3 V bei einer Laserleistung in der Dipolfalle von 1,2 W.

Die Rauschdichte im Frequenzbereich von 10 Hz bis 20 kHz des unregulierten Lasers ist bereits gering und kann durch die Regelschleife nicht weiter reduziert werden, da das Fehlersignal klein ist im Verhältnis mit dem elektronischen Rauschen der in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen analogen Schaltung zwischen Photodiode und Analog-Digital-Wandler. Durch das schlechte Signal-Rausch-Verhältnis in der Regelschleife wird die Rauschdichte zwar bis zu einem Faktor 2 erhöht, ist aber sehr klein im Vergleich zu Modulationen, die in Abschnitt 4.2.3 ein Heizen der gefangenen Atome bewirken. Die Reaktionen der Regelschleife auf große Störungen wurde mit der Messung der Übertragungsfunktion in Abschnitt 4.1.1 überprüft. Daher ist die Wirkung der Regelschleife ausreichend, kann aber mit einem rauscharmen Wandler, der ein verbessertes Signal-Rausch-Verhältnis bietet, verbessert werden.

4.1.3 Langzeitstabilität

In den Graphen nicht dargestellt sind Schwankungen auf Zeitskalen von mehr als 0,1 s. Der Faserlaser schwankt für Zeiten von mehreren Sekunden in Intensität und Polarisation. Polarisationsschwankungen werden durch einen Polarisationsfilter in Intensitätsschwankungen umgesetzt. Diese Langzeitschwankungen der Intensität sind in Abbildung 4.9 über 10 min aufgetragen.

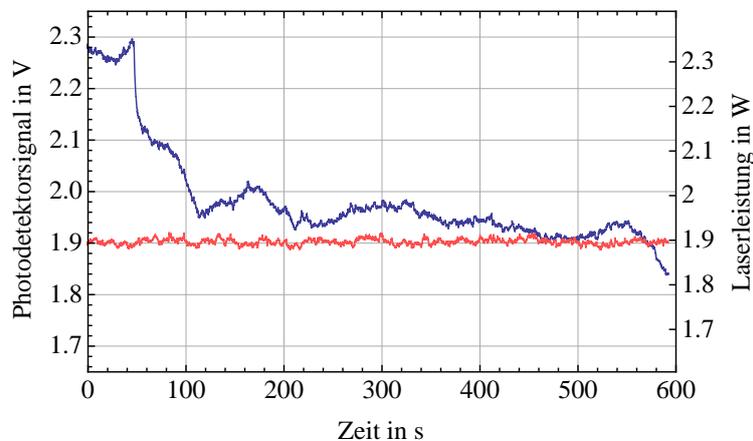


Abbildung 4.9: Messung des Photodetektorsignals (PD2) der unstabilisierten (blau/dunkel) und der stabilisierten (rot/hell) Laserintensität über 600 s. Die entsprechende Laserleistung in der Dipolfalle ist zur Orientierung auf der rechten Ordinate eingezeichnet. Auf die Messwerte wurde ein Tiefpassfilter mit Grenzfrequenz 0,1 Hz angewendet.

Durch den Integral-Regler wird die Laserintensität auf langen Zeitskalen stabilisiert. Insbesondere werden Schwankungen der Falltiefe am Endpunkt der Evaporationssequenz unterdrückt, sodass eine hohe Wiederholbarkeit der Temperatur der Atome in der Dipolfalle gewährleistet ist.

4.2 Charakterisierung der Dipolfalle

Nun sollen die Eigenschaften der optischen Dipolfalle für Kalium und Rubidium, deren Aufbau und Stabilisierung in Kapitel 3 beschrieben wurde, mit Blick auf die Atominterferometrie analysiert werden. Das Beladen einer Dipolfalle ist ein dynamischer Prozess mit mehreren voneinander unabhängigen Einflussfaktoren. Es gibt umfangreiche Studien zum Beladen der Falle mit Rubidium [16], doch der Prozess für Kalium ist noch nicht ausführlich untersucht worden. Die im Folgenden angewendete Beladesequenz von Rubidium-87 in eine optische Dipolfalle bei 1960 nm ist in [10] ausführlich beschrieben. Hier sollen nur einzelne Aspekte des Vorgangs hervorgehoben werden.

In einer magnetooptische Falle (MOT) werden zunächst Atome gefangen und gekühlt, bevor sie in die Dipolfalle umgeladen werden. Der Dipollaserstrahl wird bereits während des Beladens der MOT eingestrahlt. Um die Dipolfalle effektiv zu beladen, muss die mittlere thermische Energie der Atome deutlich kleiner sein als die Falltiefe. Zum Umladen von Rubidium wird nach Beladen der MOT die Rotverstimmung des Kühllichts von zunächst -3 Linienbreiten Γ erhöht, auf circa -25Γ erhöht und die Intensität des Kühllichts verringert, um den räumlichen Überlapp beider Fallenpotentiale auf eine hohe Umladerate zu optimieren. Durch die starke Verstimmung des Kühllichts zur atomaren Resonanz wird die Verstimmung des Kühlübergangs durch differentielle Starkverschiebung der Zustände in der Dipolfalle kompensiert und die Atome werden in einer optischen Melasse [17] auf Temperaturen unterhalb der Doppler-Begrenzung gekühlt. Zum Ende der Umladephase wird das Rückpumplicht vor dem Kühllicht ausgeschaltet, um die gefangenen Rubidium-Atome in den unteren Hyperfeinzustand des Grundzustands zu pumpen.

Nach Ende der Umladephase wird das Kühllicht und das Magnetfeld abgeschaltet, sodass alle nicht gefangenen Atome aus der Umgebung der Dipolfalle fallen. Nach einer variablen Haltezeit wird das Fallenpotential abgeschaltet, sodass die Atome nicht-adiabatisch aus der Falle gelassen werden. Während der freien Expansion wird die Dichte der atomaren Wolke detektiert. In Abbildung 4.10 ist die Dichte unmittelbar nach dem Freilassen aus der Falle gezeigt, die der räumlichen Verteilung in der Falle entspricht.

Das Fluoreszenzbild der ersten gefangenen Kalium-39-Atome in der Dipolfalle ist in Abbildung 4.11 zu sehen. Im unteren Bildrand ist die atomare Wolke der MOT zu sehen, aus der die Dipolfalle mit Kalium-39-Atomen beladen wurde. Wenige Tausend Atome sind in der optischen Dipolfalle in der Bildmitte gefangen. Für eine längere Haltezeit, in der die nicht umgeladenen Atome der MOT aus dem Bildbereich fallen, ist die Dichte der gefangenen Atomen bisher zu gering, um sie abzubilden.

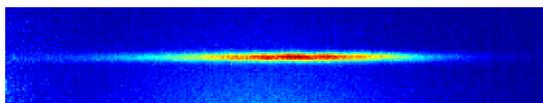


Abbildung 4.10: Eine Zweidimensionale Fluoreszenzabbildung der Wolke mit $3 \cdot 10^7$ Rubidium-87-Atomen unmittelbar nach dem Abschalten der optischen Dipolfalle.

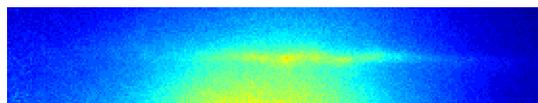


Abbildung 4.11: Fluoreszenzbild von Kalium-39-Atomen unmittelbar nach dem Freilassen aus der optischen Dipolfalle in der Bildmitte. Am unteren Bildrand ist die Wolke der vorher abgeschalteten Kalium-MOT erkennbar.

Das optische Kühlen von Kalium-39 ist technisch aufwendiger als von Rubidium-87, da es aufgrund der geringen Hyperfeinaufspaltung des angeregten Zustands unvermeidbar ist, mehrere Übergänge anzuregen, sodass zwei gleich starke Kühllichtfelder benötigt werden [18]. Die bisher mithilfe einer optischen Melasse erreichte tiefste Temperatur beträgt $20 \mu\text{K}$ [19], während für Rubidium-87 eine Temperatur von $2 \mu\text{K}$ erreicht werden konnte [5]. Um höhere atomare Dichten von Kalium in der Dipolfalle zu erreichen, muss ein effizientes Kühl- und Beladeschema entwickelt werden. Bisher wurden Kalium-39 und Rubidium-87 einzeln in die Dipolfalle geladen. Das gleichzeitige Beladen ermöglicht potentiell ein effizienteres Umladen unter Ausnutzen sympathetischer Kühleffekte durch elastische Stöße beider Spezies [8, 9].

4.2.1 Lebensdauer in der Dipolfalle

Beim Halten von Atomen in der optischen Dipolfalle treten Verluste auf, deren Ursachen im Folgenden besprochen werden. Drei-Körper-Verluste hängen quadratisch von der mittleren Dichte des atomaren Ensembles ab und können für verdünnte atomare Gase vernachlässigt werden. Bei der Erhöhung der Phasenraumdicke während der evaporativen Kühlung nehmen Drei-Körper-Stöße allerdings zu. Hyperfeinzustand ändernde Stöße sind Zwei-Körper-Verluste und hängen proportional von der mittleren Dichte ab. Um diese Verluste zu vermeiden, werden die Atome zum Ende des Beladeprozesses der Dipolfalle in den unteren Hyperfeinzustand transferiert. Ein-Körper-Verluste hängen nicht von der mittleren Dichte des atomaren Ensembles ab und werden von Stößen mit dem Hintergrundgas oder Heizeffekten durch Rauschen der Fallenlaser-Intensität verursacht.

Unter Vernachlässigung von Drei- und Zwei-Körper-Verlusten, wird die Atomzahl $N(t)$ durch Ein-Körper-Verluste um eine konstante Rate

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}N(t) \quad (4.1)$$

mit der Zerfallskonstanten τ reduziert. Nach der Zeit τ ist die Atomzahl auf $N(\tau) = \frac{1}{e}$ gesunken. Dies ergibt einen exponentiellen Zerfall der Anfangsteilchenzahl N_0

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4.2)$$

Die gemessenen Atomzahlen in Abbildung 4.12 haben eine exponentielle Lebensdauer von $\tau = 3,7\text{s}$ in der Dipolfalle. Bei einem Vakuumdruck von $8,2 \cdot 10^{-10}\text{ mbar}$ dominieren Verluste durch Stöße mit dem Hintergrundgas.

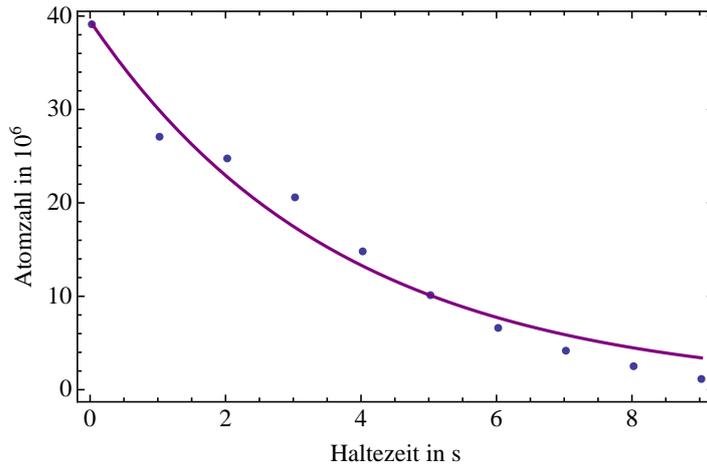


Abbildung 4.12: Messwerte (blaue Datenpunkte) für die Atomzahl in Abhängigkeit von der Haltezeit in der Dipolfalle. Der erste Wert ist für eine Haltezeit von 25 ms aufgenommen. An die Messdaten ist ein exponentieller Zerfall (rot, durchgezogen) mit einer Zerfallskonstanten von $\tau = 3,7\text{s}$ angepasst.

4.2.2 Temperatur der gefangenen Atome

Die Expansion des atomaren Ensembles im ballistischen Fall nach dem Freilassen aus der Dipolfalle wird durch die Temperatur der Atome bestimmt, während die räumliche Verteilung der Atome in der Falle durch das Fallenpotential gegeben ist. Das Freigeben der Atome muss nicht-adiabatisch geschehen, da die Atome sonst adiabatisch gekühlt werden. Nach Abschalten der Falle ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit nur von der Impulsverteilung der Atome in der Falle abhängig. Im Folgenden wird die Ausbreitung der Atome in radialer Richtung der Falle ausgewertet, da die Anfanggröße der Wolke in axialer Richtung zu groß ist, um eine Verbreiterung innerhalb des Detektionsbereichs zu bestimmen. In einem harmonischen Fallenpotential ist die Dichteverteilung der Atome im Orts- und auch im Impulsraum gaußförmig [6]

$$n(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{x,0}^2}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_{y,0}^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_{z,0}^2}\right) \quad (4.3)$$

mit der Breite $\sigma_{i,0}$ in der Raumrichtung $i \in x, y, z$. Die atomare Wolke dehnt sich aus und hat für eine mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v} = \frac{\bar{p}}{m} \quad (4.4)$$

der Atome die quadrierte Breite zum Zeitpunkt t

$$\sigma_i^2(t) = \sigma_{i,0}^2 + \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^2 t^2. \quad (4.5)$$

Da der mittlere Impuls \bar{p} über den Gleichverteilungssatz

$$\frac{1}{2} k_B T = \frac{\bar{p}^2}{2m} \quad (4.6)$$

mit der themischen Energie zusammenhängt, kann mit der quadrierten mittleren Geschwindigkeit $\left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^2$ die Temperatur der Atome in der Falle bestimmt werden.

$$T = \frac{m}{k_B} \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^2 \quad (4.7)$$

Die Wolkenbreite wird nun für eine Reihe von Flugzeiten – time of flight (TOF) series – nach Abschalten der Falle aufgenommen. In Abbildung 4.13 ist die quadrierte Breite über die quadrierte Flugzeit aufgetragen. Die Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht gemäß Gleichung (4.5) der quadrierten mittleren Geschwindigkeit $\left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^2$. Die Temperatur der Atome in der Falle beträgt demnach $T = 31,8 \mu\text{K}$.

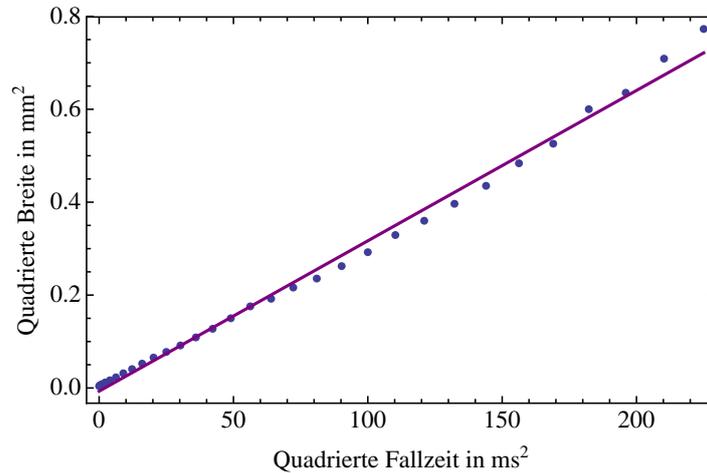


Abbildung 4.13: Die Steigung der Ausgleichsgeraden von $3,04 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ entspricht dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit in der Dipolfalle. Folglich beträgt die Temperatur der gefangenen Atome $31,8 \mu\text{K}$. Die Fallzeit wurde um eine Abschaltverzögerung der Falle von $0,5 \text{ ms}$ korrigiert.

4.2.3 Bestimmung der Fallenfrequenz

Das Fallenpotential im Fokus eines Gaußstrahls ist wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben durch die Laserwellenlänge λ_D , die dynamische Polarisierbarkeit $\alpha(|\psi_a\rangle, \omega_D)$, die eingestrahlte Laserleistung P und die Strahltaile $2w_0$ definiert. Der minimale Radius w_0 im Fokus einer dünnen Linse berechnet sich nach Gleichung (2.9), jedoch beeinflussen Abweichungen der Strahlparameter und Abbildungsfehler die tatsächliche Breite des Fallenpotentials. Daher wird im Folgenden w_0 durch Messung der radialen Fallenfrequenz ω_r mittels parametrischer Anregung der gefangenen Atome [20] bestimmt.

In der harmonischen Näherung des Fallenpotentials für Atome mit thermischer Energie $k_B T$ deutlich kleiner als die Falltiefe U_0 gilt nach Gleichung (2.16) und Gleichung (2.12) für die radiale Fallenfrequenz

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}} = \sqrt{\frac{4}{mw_0^2} \cdot \frac{\text{Re}(\alpha)}{2\varepsilon_0 c} \cdot \frac{2P}{\pi w_0^2}} = \frac{2}{w_0^2} \sqrt{\frac{\text{Re}(\alpha) \cdot P}{m \cdot \pi \varepsilon_0 c}}. \quad (4.8)$$

Daraus folgt für den minimalen Strahlradius im Fokus

$$w_0 = \sqrt{\frac{2}{\omega_r} \sqrt{\frac{\text{Re}(\alpha) \cdot P}{m \cdot \pi \varepsilon_0 c}}}. \quad (4.9)$$

Ein harmonischer Oszillator mit Resonanzfrequenz ω_r wird parametrisch angeregt, indem sein Potential

$$U_{\text{HO}}(r, t) = \frac{1}{2} m \omega_r^2 r^2 \cdot \left(1 + \varepsilon \sin(\omega_{\text{mod}} t)\right) \quad (4.10)$$

mit der Frequenz ω_{mod} und der Amplitude ε moduliert wird. Für die Modulationsfrequenz muss

$$\omega_{\text{mod}} = \frac{2\omega_r}{k}, \quad k \in \mathbb{N} \quad (4.11)$$

gelten, wobei die Anregung mit steigendem k abnimmt. Die Resonanz ist am deutlichsten für $k = 1$ und $\omega_{\text{mod}} = 2\omega_r$. Für die gefangenen Atome äußert sich die Anregung in einer Erhöhung der Temperatur.

Die Laserintensität und somit das Potential wird durch den in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Rechtecksignalgenerator moduliert. Zunächst werden die Atome in die Dipolfalle geladen und gehalten. Anschließend wird für 350 ms die Leistung von 19,9 W mit einer Amplitude ε von 2,2 % moduliert. Nach der parametrischen Anregung werden die Atome für 200 ms in der Falle gehalten, damit sie rethermalisie-

ren und um Teilchenzahlverluste zu vermeiden. Nach einer TOF von 1,5 ms wird die optische Dichte mit der in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Absorptionsabbildung aufgenommen. In Abbildung 4.14 sind Wolkenbreite und Teilchenzahl über die Modulationsfrequenz $f_{\text{mod}} = \frac{\omega_{\text{mod}}}{2\pi}$ aufgetragen. Die Wolkenbreite ist ein Maß für die Temperatur und aus Abbildung 4.14a geht hervor, dass die Anregung für 1,7 kHz am stärksten ist.

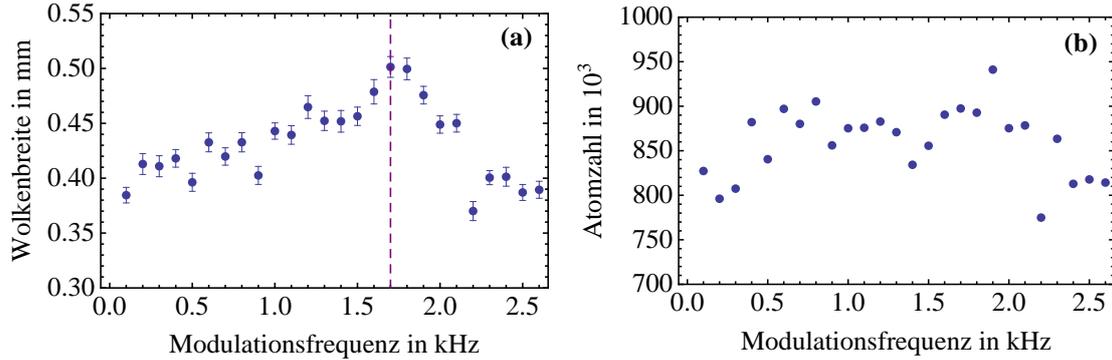


Abbildung 4.14: Die Graphen zeigen die Gaußbreite (a) und die Teilchenzahl (b) des atomaren Ensembles nach einer festen TOF von 1,5 ms abhängig von der Frequenz der parametrischen Anregung. Die Fehlerbalken geben die Ungenauigkeit beim Anpassen der Gaußfunktion an.

Somit gilt mit $k = 1$ für die radiale Fallenfrequenz $f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = 850$ Hz und schließlich für den Strahlradius im Fokus $w_0 = 62$ μm . Außerdem lassen sich mit w_0 die Falltiefe $U_0 = 283$ μK nach Gleichung (2.13) und die axiale Fallenfrequenz $f_z = \frac{\omega_z}{2\pi} = 6$ Hz nach Gleichung (2.17) berechnen.

Die Stärke des Heizens ist desweiteren abhängig von der Modulationsamplitude. In Abbildung 4.15 sind Flugzeitserien für ein ungeheiztes Ensemble und jeweils für eine Amplitude ε von 2,2% und 6,6% bezogen auf die Laserleistung von $P = 19,9$ W aufgetragen. Die Temperatur der Atome ohne parametrische Anregung beträgt $T_1 = 46$ μK und wurde bei einem Druck von $1,3 \cdot 10^{-9}$ mbar aufgenommen. Nach parametrischem Heizen wurde bei der zweiten Messreihe die Temperatur $T_2 = 57,3$ μK und mit höherer Modulationsamplitude $T_3 = 84,1$ μK bestimmt.

Die Parameter der dritten Messreihe sollen nun im nächsten Abschnitt genutzt werden, um optisches Kühlen der Atome in der Dipolfalle zu untersuchen.

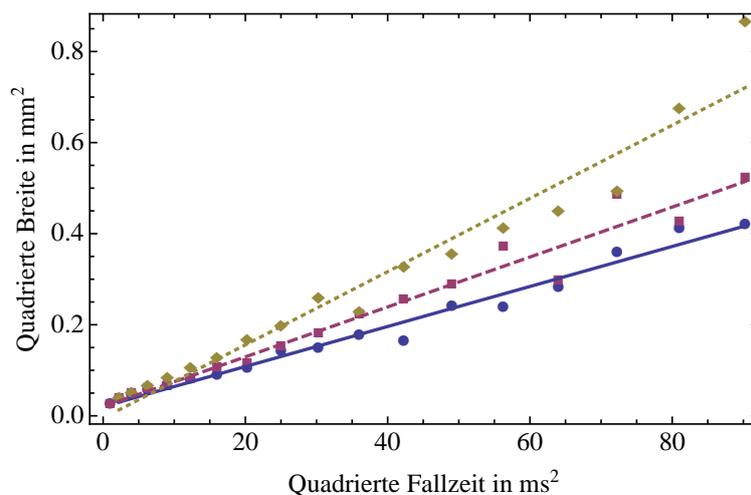


Abbildung 4.15: Drei Messreihen für variierende Amplituden der parametrischen Anregung mit Ausgleichsgeraden. Die erste Messreihe (blau, Kreis/durchgezogen) ist ohne Anregung aufgenommen worden und hat eine Steigung von $4,39 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ mit einer Temperatur von $46 \mu\text{K}$. Nach einer Anregung mit einer Amplitude ε von $2,2\%$ wurde die zweite Messreihe (rot, Box/gestrichelt) aufgenommen mit der Steigung $5,48 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ und der Temperatur $57,3 \mu\text{K}$. Die dritte Messreihe (gelb, Raute/gedoppelt) zeigt eine Steigung von $8,04 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ entsprechend einer Temperatur von $84,1 \mu\text{K}$ für eine Amplitude ε von $6,6\%$.

4.2.4 Optisches Kühlen

Wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, ermöglicht eine Dipolfalle bei 1960 nm optisches Kühlen der gefangenen Atome, da die differentielle dynamische Starkverschiebung zwischen Grund- und angeregtem Zustand von etwa -3Γ klein ist gegenüber der Verstimmung des Kühllichts. Um Polarisationsgradientenkühlen in der Dipolfalle zu untersuchen, werden die gefangenen Atome zunächst durch parametrische Anregung auf $86,3 \mu\text{K}$ geheizt, um wiederholbare Ausgangsbedingungen zu schaffen. Anschließend wird für unterschiedliche Dauern Kühllicht mit einer Rotverstimmung von -22Γ eingestrahlt und die erreichte Temperatur mittels in Abbildung 4.16 dargestellter Flugzeitreihen bestimmt.

Mit Polarisationsgradientenkühlen wird nach 15 ms eine Temperatur von $22,3 \mu\text{K}$ erreicht (siehe Tabelle 4.1). Längeres Einstrahlen von Kühllicht zeigt keinen weiteren deutlichen Effekt.

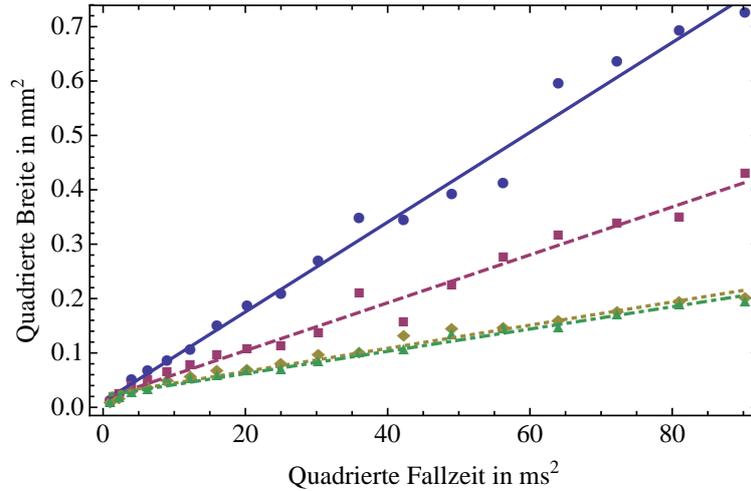


Abbildung 4.16: Vier TOF Reihen für unterschiedliche Einstrahldauern von Kühllicht mit Ausgleichgeraden. Die Steigungen der Ausgleichgeraden zu den einzelnen Messreihen sind in Tabelle 4.1 angegeben.

Kühldauer in ms	Steigung in $10^{-3}\text{m}^2\text{s}^{-2}$	Temperatur in K	Messreihe
0	8,25	86,3	Blau, Kreis/durchgezogene Linie
5	4,4	46,1	Rot, Box/Striche
15	2,13	22,3	Gelb, Raute/Punkte
25	2,05	21,4	Grün, Dreieck/Punkte und Striche

Tabelle 4.1: Nach Heizen der optisch gefangenen Atome auf $86,3\ \mu\text{K}$ werden für unterschiedliche Dauern Kühllicht eingestrahlt. Die Steigung einer Ausgleichgeraden an einer quadrierten Flugzeitmessung entspricht der quadrierten mittleren Geschwindigkeit, aus der sich die Temperatur der gefangenen Atome bestimmen lässt.

4.2.5 Evaporatives Kühlen

Die gefangenen Atome haben im thermodynamischen Gleichgewicht die mittlere Energie \bar{E} , die deutlich kleiner als die Falltiefe U_0 ist. Bei der Verdampfungskühlung wird U_0 verringert, bleibt jedoch größer als die mittlere Energie des Ensembles. Da die Energien der einzelnen Atome Maxwell-Boltzmann-verteilt sind, haben einige Teilchen eine ausreichend große Energie, um die Falle zu verlassen. Die in der Falle verbleibenden Teilchen sind nach den evaporativen Verlusten nicht mehr im thermodynamischen Gleichgewicht. Werden nun weitere Teilchen entfernt, bewirkt dies nur einen Teilchenverlust und keine Verringerung der Temperatur. Durch elastische Stöße der Atome rethermalisiert das Ensemble und erreicht nach der Rethermalisierungszeit τ_{rt} wieder einen Gleichgewichtszustand mit einer niedrigeren Temperatur als die Ausgangstemperatur.

Bei einer optischen Dipolfalle wird die Falltiefe über die Laserintensität gesenkt. Dabei sinkt allerdings auch die Fallenfrequenz ω . Dies hat zur Folge, dass die Intensität umso langsamer gesenkt werden muss je kleiner die Falltiefe, um die Verlustrate kleiner als die elastische Stoßrate zu halten [21]. Experimentell wird die Intensität durch eine Abfolge von immer längeren Rampen mit immer flacheren Steigungen gesenkt. Die Parameter der Intensitätsrampen werden auf niedrige Temperaturen und niedrige Atomzahlverluste optimiert. Mit dem in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Rampengenerator kann eine solche Sequenz gesteuert werden.

Zur Demonstration der Steuerung wird Rubium-87 in mit einer einzelnen linearen Rampe evaporativ gekühlt. Die Kühlsequenz kann in Zukunft um weitere Rampen erweitert werden, doch dazu ist es notwendig, die Lebensdauer in der Falle zu erhöhen. In Abbildung 4.17 ist die Temperatur eines atomaren Ensembles mittels einer Flugzeitreihe und Fluoreszenzabbildung bestimmt worden, nachdem die Falltiefe über 3,5 s auf 20% reduziert wurde. Die Atome haben zu Beginn eine Temperatur von $T_1 = 31,8 \mu\text{K}$ (Abschnitt 4.2.2) und erreichen nach Verdampfungskühlung und Rethermalisierung eine Temperatur von $T_2 = 13,6 \mu\text{K}$.

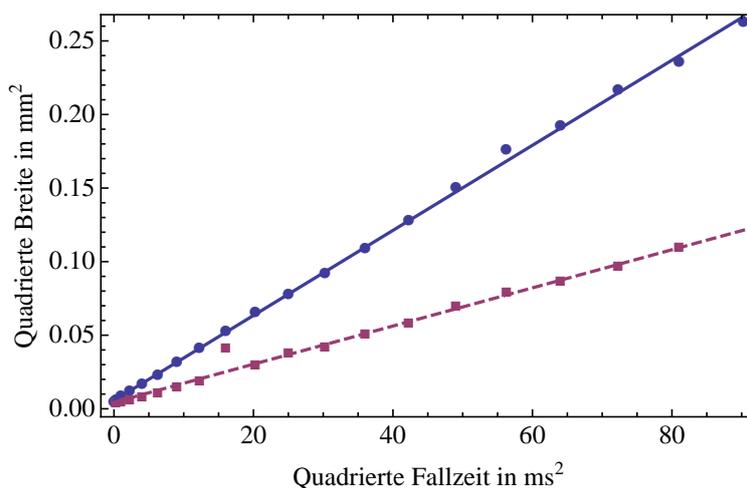


Abbildung 4.17: TOF-Reihe zur Bestimmung der Temperatur des atomaren Ensembles nach Evaporation durch lineare Reduzierung der Laserintensität (rot, Box/gestrichelt). Die Steigung der Ausgleichgeraden entspricht einer quadrierten mittleren Geschwindigkeit von $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$, die aus einer Temperatur von $13,6 \mu\text{K}$ in der Falle resultiert. Zum Vergleich ist die TOF-Reihe aus Abbildung 4.13 eingezeichnet (blau, Kreis/durchgezogen).

AUSBLICK

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Regelschleife zur Stabilisierung einer Dipolfalle aufgebaut, mit der die Laserintensität über eine Pockelszelle und einen Polarisationsfilter kontrolliert wird. Die Transmission des optischen Aufbaus hängt mit einer Cosinus-Funktion von der an der Pockelszelle anliegenden Spannung ab. Es wurde ein digitaler Filter zur Linearisierung der Transmissionsfunktion und ein ebenfalls digitaler PI-Regler implementiert. Für die digitale Signalverarbeitung wurde eine geeignete parallele Logikschaltung in einem FPGA entwickelt. Der Ausgabewert des digitalen Signalpfads wird mit 32 Bit Auflösung in einem einzelnen Takt in weniger als 100 ns berechnet. Dies ermöglicht eine Regelbandbreite bis in den Bereich von wenigen MHz, jedoch wird die Bandbreite durch einen digitalen Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 5 kHz aktiv begrenzt, um die akustische Resonanz der Pockelszelle zu unterdrücken. Weiterhin ist die Regelverstärkung durch Auflösung und Latenz der Analog-Digital-Wandlung begrenzt. Intensitätsschwankungen des freilaufenden Faserlasers werden durch die aufgebaute Regelung unterdrückt und der Sollwert der Laserintensität und damit die Falltiefe ist beliebig einstellbar. Dies erlaubt insbesondere die Falltiefe wiederholt auf einen definierten Endpunkt abzusenken, um atomare Ensembles evaporativ zu kühlen. Über eine Computerschnittstelle können der Sollwert sowie Parameter für Intensitätsrampen vorgegeben werden, die auf dem FPGA in Echtzeit generiert werden und den Sollwert des Regler absenken.

In die stabilisierte optische Dipolfalle wurden kalte atomare Ensembles von Kalium-39 und Rubidium-87 aus einer MOT umgeladen. Zum ersten Mal wurde das Beladen einer Falle der Wellenlänge $2\ \mu\text{m}$ mit Kalium gezeigt. In [10, 15] wurde die Lebendauer von kalten Rubidiumatomen in der Dipolfalle auf 30 s bei einem Hintergrundgasdruck von $5 \cdot 10^{-11}$ mbar bestimmt. In Rahmen dieser Arbeit wurde bei einem um eine Größenordnung höheren Druck von $8 \cdot 10^{-10}$ mbar eine Lebendauer

von 3,7 s gemessen. Die um eine Größenordnung stärkere exponentielle Verlustrate ist vermutlich durch den höheren Restgasdruck bedingt. Mit der Absenkung der Falltiefe durch eine einzelne lineare Intensitätsrampe konnte mit der aufgebauten Steuerung die evaporative Kühlung von Rubidiumatomen auf 13,6 μK demonstriert werden.

Mit diesen ersten Untersuchungen der Dipolfalle konnte gezeigt werden, dass die Verwendung eines in einem FPGA implementierten digitalen Reglers möglich und praktisch umsetzbar ist. Die digitale Signalverarbeitung bietet den Vorteil, mit geringem technischen Aufwand Parameter und Funktionsmodi direkt über eine Computerschnittstelle setzen zu können. Durch geeignete Algorithmen können so Regelparameter oder der zeitliche Verlauf der Absenkung des Fallenpotentials zur evaporativen Kühlung systematisch optimiert werden.

In den hier gezeigten Ergebnissen konnten nur wenige Tausend Kaliumatome in die Dipolfalle geladen werden. Die Umladeeffizienz ist unter anderem durch die Temperatur des Kalium begrenzt. Die Abhängigkeiten der Laderate von den experimentellen Parametern wie auch das Beladen der Falle mit zwei atomaren Spezies ist noch zu untersuchen. In der gemeinsamen Falle thermalisieren die Kalium-39-Atome mit den kälteren Rubidium-87-Atomen, wodurch die Temperatur des Kalium-Ensembles in der Dipolfalle niedriger ist als in der MOT. In bisherigen Experimenten konnten Rubidium und Kalium effizient in eine gemeinsame Falle geladen werden [9]. Wie sich der sympathetische Kühleffekt in der hier verwendeten Fallenkonfiguration auf die Laderate von Kalium auswirkt, wird Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein. Beim evaporativen Kühlen verlassen aufgrund der stärkeren Gewichtskraft als erstes Rubidiumatome die Falle. Da genügend Rubidiumatome durch das effiziente Beladen der Dipolfalle zur Verfügung stehen, ist es von Vorteil, hauptsächlich die Teilchenzahl des Rubidium-Ensembles zu reduzieren und das Kalium-Ensemble sympathetisch zu kühlen wie in [9] demonstriert. Durch eine niedrigere Temperatur der Zwei-Spezies-Quelle werden längere Entwicklungszeiten im Interferometer ermöglicht. Die Freifallzeit in der Experimentierkammer beträgt 210 ms, sodass eine maximale Zeit von 100 ms zwischen den Interferometerpulsen realisierbar ist, wenn die Präparation der Ensembles in der Dipolfalle erfolgt.

Durch die transversale Ausbreitung der atomaren Ensembles im Interferometer wirkt bei jedem der Interferometer-Lichtpulse ein anderer Querschnitt des Lichtfeldes auf die Atome. Räumliche Variation in den Wellenfronten bewirken so eine zusätzliche Interferometerphase, die zu einem systematischen Fehler des Gravimeters führt. In der Vergleichsmessung zweier Spezies wird dieser Fehler unterdrückt, wenn beide Ensembles die gleichen räumlichen Variationen erfahren. Die thermische Geschwindigkeit nach dem Freilassen aus der Dipolfalle hängt von der Temperatur und invers von der Masse der Atome ab. Da die Spezies eine unterschiedliche atomare Masse bei gleicher

Temperatur haben, breiten sie sich verschieden schnell aus. Durch den Massenunterschied haben sie ungleiche Fallenfrequenzen, sodass durch selektives parametrisches Heizen von Rubidium, wie in Abschnitt 4.2.3 beschrieben, und Freilassen aus der Falle, bevor die Spezies thermalisieren, eine gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit für beide Spezies eingestellt werden kann. Durch Variation des Temperaturverhältnisses kann darüber hinaus der Wellenfrontfehler charakterisiert werden (Vergleiche [5]).

Die transversale Ausbreitungsgeschwindigkeit kann nach Freilassen aus der Dipolfalle und einer kurzen Expansionszeit durch im Verhältnis zur reziproken Fallenfrequenz kurzes Wiederanschalten des Fallenpotentials reduziert werden. Die Energie des Ensembles wird durch die so realisierte Linse für Materiewellen nicht kleiner, doch die Ausbreitungsgeschwindigkeit entspricht der eines Ensembles mit geringerer Temperatur sodass die Bezeichnung *delta kick cooling* (DKC) für dieses Schema verwendet wird [22, 23]. Da die Dauer des Linsen-Potentials kurz sein muss im Vergleich zur Periodendauer der Fallenfrequenz und die Schaltgeschwindigkeit der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Intensitätssteuerung durch die Bandbreite des Hochspannungsverstärkers von 10 kHz begrenzt ist, muss die Fallenfrequenz des Linsen-Potentials niedrig gewählt werden.

Die Bandbreite und Regelverstärkung des in dieser Arbeit beschriebenen Reglers ist unter anderem durch den verwendeten Analog-Digital-Wandler begrenzt. Ein Wandler mit kürzerer Latenzzeit reduziert die Phasenverschiebung für höhere Frequenzen und erlaubt eine stärkere Regelverstärkung ohne die Bandbreite einschränken zu müssen. Eine stärkere Regelverstärkung setzt einen genügenden Abstand zwischen Fehlersignal und Quantisierungsrauschen voraus, das von der Auflösung und dem Dynamikbereich der Analog-Digital-Wandlung abhängt. Da die Falltiefe in einem großen Bereich frei wählbar sein soll, muss der Dynamikbereich entsprechend groß und gleichzeitig die Auflösung hoch sein. Mit einem rauscharmen Wandler mit einer Verzögerung in der Größenordnung von 1 ms und einer Auflösung von mindestens 24 Bit in einem Dynamikbereich von 0 bis 10 V lässt sich bei Bedarf die Regelung verbessern.

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Programmierung des FPGAs ermöglicht den Aufbau speziell angepasster Signalpfade und kann als Grundlage für weitere Anwendungen dienen. Mit wenigen Zeilen Quellcode kann beispielsweise ein Hochpassfilter implementiert oder ein zusätzlicher Signalweg definiert werden. Die vorhandene Struktur ermöglicht eine schnelle Variation der Signalverarbeitung, wenn dies während des Experimentaufbaus nötig wird. So können vorhandene Filter in der Reihenfolge geändert oder der Proportional-Integral-Regler um einen zusätzlichen Differentialteil erweitert werden. Eine Weiterentwicklung des Quelltextes zu einem Baukasten für unterschiedliche Regelungs- und Signalverarbeitungszwecke ist denkbar. Ein möglicher Einsatzzweck ist die Schwebungsstabilisierung eines Diodenlasers mit externem Resonator. Die digitale Regelung ermöglicht eine automatische Suche

nach dem Schwebungssignal, sodass sich der Regler nach einem Verlust des Signals durch große Störungen selbstständig wieder stabilisiert.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] A. Einstein. Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 360(4):241–244, 1918. (Zitiert auf Seite 1)
- [2] L. Timmen, O. Gitlein, V. Klemann & D. Wolf. Observing gravity change in the Fennoscandian uplift area with the Hanover absolute gravimeter. *Pure and Applied Geophysics*, 169(8):1331–1342, 2012. (Zitiert auf Seite 1)
- [3] A. Peters, K. Y. Chung & S. Chu. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms. *Nature*, 400(6747):849–852, 1999. (Zitiert auf Seite 2)
- [4] G. Varoquaux, R. A. Nyman, R. Geiger, P. Cheinet, A. Landragin & P. Bouyer. How to estimate the differential acceleration in a two-species atom interferometer to test the equivalence principle. *New Journal of Physics*, 11(11):113010, 2009. (Zitiert auf Seite 3)
- [5] J. M. Hartwig. Analyse eines Atomaren Gravimeters hinsichtlich eines Quantentest des Äquivalenzprinzips. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2013. (Zitiert auf den Seiten 3, 49 und 59)
- [6] M. W. R. Grimm & Y. B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 42:95 – 170, 2000. (Zitiert auf den Seiten 3, 5, 6, 7, 8 und 50)
- [7] R. A. Cornelussen. Optical trapping and manipulation of atoms near surfaces. Dissertation, University of Amsterdam, 2004. (Zitiert auf den Seiten 3 und 11)
- [8] L. De Sarlo, P. Maioli, G. Barontini, J. Catani, F. Minardi & M. Inguscio. Collisional properties of sympathetically cooled ^{39}K . *Phys. Rev. A*, 75:022715, 2007. doi:10.1103/PhysRevA.75.022715. (Zitiert auf den Seiten 3 und 49)
- [9] G. Roati, M. Zaccanti, C. D’Errico, J. Catani, M. Modugno, A. Simoni, M. Inguscio & G. Modugno. ^{39}K Bose-Einstein Condensate with Tunable

- Interactions. *Physical review letters*, 99(1):010403, 2007.
(Zitiert auf den Seiten 3, 49 und 58)
- [10] M. Zaiser. Eine Quelle quantenentarteter Gase für die Atominterferometrie. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2010.
(Zitiert auf den Seiten 4, 23, 39, 48 und 57)
- [11] A. Schwettmann, J. Sedlacek & J. P. Shaffer. Field-programmable gate array based locking circuit for external cavity diode laser frequency stabilization. *Review of Scientific Instruments*, 82(10):103103–103103, 2011.
(Zitiert auf Seite 4)
- [12] D. Meschede. Optik, Licht und Laser. Teubner, 1999. (Zitiert auf Seite 7)
- [13] T. Takekoshi, J. Yeh & R. Knize. Quasi-electrostatic trap for neutral atoms. *Optics Communications*, 114(5–6):421 – 424, 1995. ISSN 0030-4018.
doi:10.1016/0030-4018(94)00638-B. (Zitiert auf Seite 10)
- [14] D. Schlippert. Persönliche Kommunikation. (Zitiert auf Seite 11)
- [15] D. Schlippert. Bose-Einstein-Kondensation in einer optischen Dipolfalle bei einer Wellenlänge von 2 μm . Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2010. (Zitiert auf den Seiten 24, 39, 57 und 65)
- [16] S. Kuppens, K. Corwin, K. Miller, T. Chupp & C. Wieman. Loading an optical dipole trap. *Physical review A*, 62(1):013406, 2000. (Zitiert auf Seite 48)
- [17] C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon & S. Guellati. Laser cooling of cesium atoms below 3 μK . *EPL (Europhysics Letters)*, 12(8):683, 1990.
(Zitiert auf Seite 48)
- [18] M. Landini, S. Roy, L. Carcagní, D. Trypogeorgos, M. Fattori, M. Inguscio & G. Modugno. Sub-Doppler laser cooling of potassium atoms. *Phys. Rev. A*, 84:043432, 2011. doi:10.1103/PhysRevA.84.043432. (Zitiert auf Seite 49)
- [19] H. Albers. Atominterferometrie mit $^{39}\text{Kalium}$. Masterarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2013. Noch nicht fertiggestellt. (Zitiert auf Seite 49)
- [20] S. Friebel, C. D’andrea, J. Walz, M. Weitz & T. Hänsch. CO₂-laser optical lattice with cold rubidium atoms. *Physical Review A*, 57:20, 1998.
(Zitiert auf Seite 52)
- [21] K. M. O’Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade & J. E. Thomas. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Phys. Rev. A*, 64:051403, 2001. doi:10.1103/PhysRevA.64.051403. (Zitiert auf Seite 56)
- [22] H. Ammann & N. Christensen. Delta kick cooling: A new method for cooling atoms. *Physical review letters*, 78(11):2088, 1997. (Zitiert auf Seite 59)

- [23] H. Müntinga, H. Ahlers, M. Krutzik, A. Wenzlawski, S. Arnold, D. Becker, K. Bongs, H. Dittus, H. Duncker, N. Gaaloul et al. Interferometry with Bose-Einstein Condensates in Microgravity. *Physical review letters*, 110(9):093602, 2013. (Zitiert auf Seite 59)

BILDNACHWEIS

Abbildung 2.4ff – Symbol der Palme: <http://openclipart.org/detail/7897>

Abbildung 2.4ff – Symbol der Hand: <http://openclipart.org/detail/20026>

Abbildung 3.4 – Symbole der optischen Komponenten von Christian Meiners.

Abbildung 3.2 – Übernommen aus [15].

SELBSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG

Hiermit versichere ich, dass ich diese Arbeit selbst verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

(Jonas Matthias)

DANKSAGUNG

Ich bedanke mich bei Professor Ernst Rasel und Professor Wolfgang Ertmer für die Möglichkeit meine Arbeit in ihrer Arbeitsgruppe anzufertigen, für die vorhandene Infrastruktur und für die Betreuung beziehungsweise das Koreferat meiner Arbeit. Vielen Dank dafür, dass ich schon während meiner Diplomarbeit an der Young Atom Opticians Conference in Birmingham teilnehmen konnte.

Mein besonderer Dank gilt Dennis, Jonas, Ulli, Henning und Christian für die Aufnahme ins ATLAS-Team. Ich danke euch für die Betreuung, Einarbeitung ins Labor und Dennis und Jonas ganz besonders für die Denkanstöße und Korrekturen beim Schreiben dieser Arbeit. Ulli, dir wünsche ich viel Erfolg mit deiner Dissertation. Danke Henning, für die gemeinsame Master-/Diplomarbeitszeit und eine großartige Woche in Birmingham. Für die Vektorgrafiken der optischen Komponenten danke ich Christian.

Vielen Dank auch an Kai-Martin, in dessen ElektronIQ-Werkstatt ich zu Beginn viel Zeit verbracht habe, für die Einführung in EDA-Software und die Unterstützung beim FPGA-Einsatz.

Ich danke meiner Familie, meinen Eltern Ursel und Wilfried, meiner Oma und meinen Geschwistern Steffen und Tini, dass ihr hinter mir steht, dass es euch gibt und für die finanzielle Unterstützung, ohne die ich dieses Studium nicht zuende gebracht hätte. Ich bin meinen Freuden sehr dankbar dafür, dass es ein Leben außerhalb der Uni gibt. Vielen Dank liebe Steffi, dass ich mein Leben mit dir gemeinsam verbringen kann.

Ich möchte allen, die mir beim Erstellen dieser Diplomarbeit beigestanden haben, sagen:

DANKESCHÖN